

2026 年 4 月高三年级适应性考试

数 学

2026.4

本试卷分第 I 卷（选择题）和第 II 卷（非选择题）两部分，满分 150 分。考试时间为 120 分钟。

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将姓名、准考证号用钢笔填写在答题卡相应位置上。
2. 回答第 I 卷时，选出每小题答案后，用铅笔将答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其它答案标号。写在本试卷上无效。
3. 回答第 II 卷时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。
4. 请保持答题卡平整，不能折叠。考试结束后，监考老师将试题卷、答题卡一并收回。

第 I 卷（选择题 共 58 分）

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

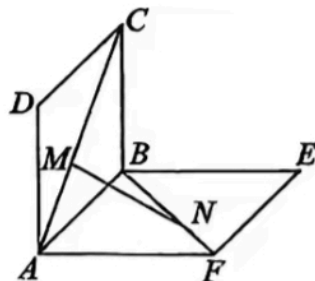
1. 设复数 $z = 1 + 2i$ ，则 $|z| =$
A. 0
B. 1
C. $\sqrt{5}$
D. 3
2. 已知命题 $p: \forall x > 0, \log_2 x > 0$ ；命题 $q: \exists x < 0, |x+1| > 1$ 。则
A. p 和 q 都是真命题
B. $\neg p$ 和 q 都是真命题
C. p 和 $\neg q$ 都是真命题
D. $\neg p$ 和 $\neg q$ 都是真命题
3. 已知样本数据 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 的平均数为 2，方差为 3，设 $2x_1 + 1, 2x_2 + 1, \dots, 2x_{10} + 1$ 的平均数为 $\bar{x}$ ，方差为 s^2 ，则
A. $\bar{x} = 2$
B. $\bar{x} = 4$
C. $s^2 = 7$
D. $s^2 = 12$
4. 已知 $f(x)$ 是定义在 $\mathbf{R}$ 上的奇函数，当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = x^2 + 2^x - 1$ ，则 $f(-1) =$
A. -2
B. 1
C. -1
D. 2

5. 如图, 已知两个正方形 $ABCD, ABEF$ 的边长都是1, 且它们所在的平面互相垂直. 点

M, N 分别在正方形对角线 AC 和 BF 上移动, 且 $CM = BN = a (0 < a < \sqrt{2})$. 当 MN 的长最小时, 直线 MN 和 AB 夹角的余弦值是

A. $\frac{1}{2}$
C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

B. 0
D. $\frac{\sqrt{5}}{4}$



6. 已知函数 $f(x) = x^3 - 3x + 1$, 则

A. 函数 $f(x)$ 有3个零点

B. 曲线 $y = f(x)$ 存在一条对称轴

C. 函数 $f(x)$ 有3个极值点

D. 曲线 $y = f(x)$ 的对称中心在 x 轴上

7. 已知 $m > \frac{1}{3}$, $n > 1$, 且 $3mn - 3m - n = 1$, 则 $\frac{1}{3m-1} + \frac{4}{n-1}$ 的最小值是

A. 2

B. 4

C. $2\sqrt{3}$

D. $2\sqrt{2}$

8. 设 F_1, F_2 是椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右焦点, P 是 C 上一点, 记

$\angle PF_1F_2 = \alpha$, $\angle PF_2F_1 = \beta$. 若 $\tan \frac{\alpha}{2} \tan \frac{\beta}{2} = \frac{1}{2}$, 则 C 的离心率为

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$

B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$

C. $\frac{1}{3}$

D. $\frac{1}{2}$

二、多项选择题: 本题共3个小题, 每小题6分, 共18分. 在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求. 全部选对的得6分, 部分选对的得部分分, 有选错的得0分.

9. 已知函数 $f(x) = 2\sin(3x - \frac{\pi}{6})$, 则

A. $f(x)$ 的最小正周期为 3π

B. $f(x)$ 图象的一条对称轴是 $\frac{5\pi}{9}$

C. $f(x)$ 在区间 $(0, 2\pi)$ 上有6个零点

D. $f(x)$ 图象的一个对称中心是 $(\pi, 0)$

10. 已知抛物线 $C: y^2 = 4x$ 的焦点为 F , 过 F 的一条直线交 C 于 A, B 两点, 过 A, B 分别作直线 $l: x = -1$ 的垂线, 垂足分别为 D, H , 设 E 为线段 DH 的中点, 则
- A. $|AE| = |AB|$
- B. $EF \perp AB$
- C. $|AB| \cdot |EF| \geq 8$
- D. $EA \perp EB$
11. 已知数列 $\{a_n\}$ 满足 $a_1 = 1, a_2 = 4, na_{n+1} = \lambda(n+1)a_n, n \in N^*$, 若存在正整数 p, q, r , ($p \geq 2, q < r$) 使得等式 $\frac{a_p}{2^{p-1}} + \frac{a_{p-1}}{2^{p-2}} = \frac{a_q}{q} + \frac{a_r}{r}$ 成立, 则下列结论正确的有
- A. $\lambda = 2$
- B. $a_n = (n+1) \cdot 2^{n-1}$
- C. $a_n = n \cdot 2^{n-1}$
- D. $4p - 2^r = 4$

第II卷 (非选择题 共 92 分)

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 已知向量 $\boldsymbol{a} = (1, x)$, $\boldsymbol{b} = (2, 1)$. 若 $\boldsymbol{a} \perp \boldsymbol{b}$, 则 $x =$ _____.
13. 已知 $\triangle ABC$ 内接于单位圆, 且 $(1 - \tan A)(1 - \tan B) = 2$, 则 $\triangle ABC$ 面积的最大值是_____.
14. 一个圆锥的底面半径为 r , 高为 h , 且圆锥表面积为 S , 体积为 V . 设 $k = \frac{h}{r}$, 则当 $k =$ _____时, $\frac{S^3}{V^2}$ 取得最小值, 最小值为_____.

四、解答题：共5个小题，满分77分。解答应写出相应的文字说明，证明过程或演算步骤。

15. (本题满分 13 分)

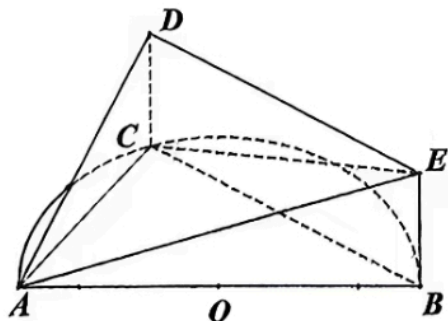
设等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 首项为 a_1 , 公比为 q .

- (1) 请推导前 n 项和公式 S_n ;
- (2) 是否存在常数 c , 使得 $\{S_n + c\}$ 是等比数列? 若存在, 求出 c 的值; 若不存在, 请说明理由.

16. (本题满分 15 分)

如图所示, AB 是半圆 O 的直径, C 是半圆 O 上除 A 、 B 外的一个动点, DC 垂直于半圆 O 所在的平面, $DC \parallel EB$, $DC = EB = 1$, $AB = 4$.

- (1) 证明: 平面 $ADE \perp$ 平面 ACD ;
(2) 当 C 点为半圆的中点时, 求面 DAE 与面 AEB 所成的二面角的正弦值.



17. (本题满分 15 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左、右顶点分别为 A_1, A_2 , 右焦点为 F , 已知

$$|A_1F| = 3, |A_2F| = 1.$$

(1) 求椭圆 C 的方程和离心率;

(2) 点 P 在椭圆 C 上 (异于椭圆 C 的顶点), 直线 A_2P 交 y 轴于点 Q , 若 $\triangle A_1PQ$ 的面积是 $\triangle A_2PF$ 面积的二倍.

(i) 求直线 A_2P 的方程.

(ii) 若直线 A_2P 与抛物线 $E: y^2 = 8x$ 交于 A, B 两点, 求证: 以 $|AB|$ 为直径的圆与抛物线 E 的准线相切.

18. (本题满分 17 分)

甲、乙两选手进行象棋比赛, 设每局比赛甲获胜的概率为 $p (0 < p < 1)$, 乙获胜的概率为 $1-p$.

(1) 若采用 3 局 2 胜制, 设 $p = 0.6$, 求甲最终获胜的概率;

(2) 设 $p \geq 0.5$, 那么采用 3 局 2 胜制还是采用 5 局 3 胜制对甲更有利?

(3) 设在 $2n-1 (n \geq 2, n \in \mathbb{N}^*)$ 局 n 胜制中, 甲最终获胜的概率为 $f(p)$. 试求出函数 $f(p)$ 图象的对称中心, 并推导 $f(p)$ 的解析式.

19. (本题满分 17 分)

已知函数 $f(x) = (x-1)\ln x$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 设 a, b 为两个不相等的正数, 且 $\frac{\ln a}{a} - \frac{\ln b}{b} = \ln a - \ln b$,

$$\text{证明: } 2 < \frac{1}{a} + \frac{1}{b} < 2 + \frac{a-1}{2a} \ln a.$$