

2026 年高三年级模拟考试

数 学

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分．在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的．请把正确选项在答题卡中的相应位置涂黑．

1. 已知集合 $A = \{-3, -1, 1, 3\}$, $B = \{x \mid x^3 = x\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{-1, 0, 1\}$ B. $\{-1, 1\}$ C. $\{1\}$ D. $\{-1\}$

2. 在复平面内，复数 $\frac{1-i}{i}$ 对应的点位于

- A. 第一象限 B. 第二象限 C. 第三象限 D. 第四象限

3. 样本数据 2, 3, 5, 8, 9, 10 的 25% 分位数为

- A. 1.5 B. 2 C. 2.5 D. 3

4. 设 $a > 0$ 且 $a \neq 1$, $b > 0$, 下列各项中，能推出 $\log_a b > 0$ 的一项是

- A. $a > 1$ 且 $b > 1$ B. $a > 1$ 或 $0 < b < 1$
C. $0 < a < 1$ 且 $b > 1$ D. $0 < a < 1$ 或 $0 < b < 1$

5. 已知 $\vec{a} = (1, -1)$, $|\vec{b}| = 1$, $\vec{a} + 2\vec{b}$ 与 $\vec{a} - \vec{b}$ 互相垂直，则 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的夹角为

- A. $\frac{\pi}{4}$ B. $\frac{\pi}{3}$ C. $\frac{\pi}{2}$ D. $\frac{2\pi}{3}$

6. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x^2 + 2ax + a, & x < 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(x+1) - 2^x, & x \geq 0 \end{cases}$ 在 $\mathbb{R}$ 上单调递减，则 a 的取值范围是

- A. $(-\infty, 0]$ B. $[0, +\infty)$ C. $[-1, 1]$ D. $[-1, 0]$

7. 已知 M 为圆 $P: x^2 + y^2 + 2x - 35 = 0$ 上的一个动点，定点 $Q(1, 0)$, 线段 MQ 的垂直平分线交线段 MP 于点 N , 则 N 点的轨迹为

- A. 椭圆 B. 双曲线 C. 抛物线 D. 圆

8. 已知函数 $f(x) (x \in \mathbb{R})$ 满足 $f(-x) = 1 - f(x)$, 若函数 $y = f(x)$ 与 $y = \frac{e^x - e^{-x} + 1}{2}$ 图象的所

有交点为 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_m, y_m)$, 则 $\sum_{i=1}^m (x_i + y_i) =$

- A. 0 B. $\frac{m}{2}$ C. m D. $2m$

二、多项选择题：本大题共3小题，每小题6分，共18分．在每小题给出的四个选项中，有多项符合题目要求，全部选对的得6分，有选错的得0分，部分选对的得部分分．请把正确选项在答题卡中的相应位置涂黑．

9. 设双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 ，过 F_2 作平行于 y 轴的直线交

双曲线 C 于 A, B 两点，若 $|F_1A| = 10$ ， $|AB| = 12$ ，则下列关于双曲线 C 的说法正确的是

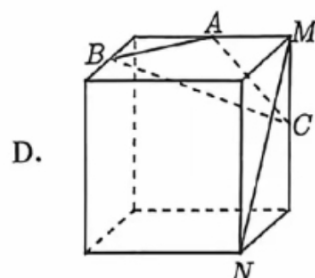
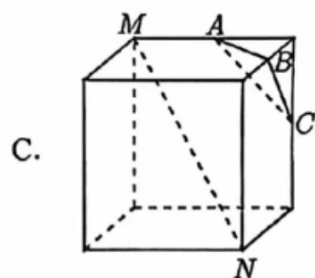
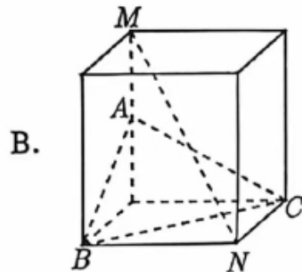
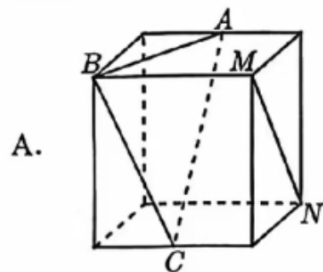
A. 顶点坐标为 $(2, 0), (-2, 0)$

B. 虚半轴长为4

C. 离心率为2

D. 渐近线方程为 $y = \pm\sqrt{3}x$

10. 如图，在正方体中，点 A, B, C, M, N 为正方体的顶点或所在棱的中点，则满足直线 $MN \parallel$ 平面 ABC 的是



11. 甲、乙两人投篮，每次由其中一人投篮，若命中则此人继续投篮，若未命中则换为对方投篮．无论之前投篮情况如何，甲每次投篮的命中率均为 $\frac{4}{5}$ ，乙每次投篮的命中率均为 $\frac{3}{5}$ ．由抽签确定第

1次投篮的人选，第1次投篮的人是甲、乙的概率各为 $\frac{1}{2}$ ，记“第 i 次投篮的人是甲”为事件 A_i ，前 5 次中甲投篮的次数为 X ，则以下结论正确的是

A. $P(A_2 | \overline{A_1}) = \frac{2}{5}$

B. $P(A_2) = \frac{7}{10}$

C. $P(X=1) = \frac{11}{50}$

D. $E(X) = \frac{87}{50}$

三、填空题：本大题共3小题，每小题5分，15分．请把答案填在答题卡的相应位置上．

12. 已知等比数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n ， $a_1 = 1$ ， $a_4 = 8$ ，则 $S_4 =$ _____．

13. 设点 P 在曲线 $y = \ln x$ 上，点 Q 在直线 $y = x + 3$ 上，则 $|PQ|$ 的最小值为_____．

14. 已知集合 $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 1, x, y \in \mathbb{Z}\}$, $B = \{(x, y) | |x| \leq 2, |y| \leq 1, x, y \in \mathbb{Z}\}$, 定义集合 $A \oplus B = \{(x_1 + x_2, y_1 + y_2) | (x_1, y_1) \in A, (x_2, y_2) \in B\}$, 则 $A \oplus B$ 中元素的个数为_____.

四、解答题: 本大题共 5 小题, 第 15 题 13 分, 16、17 题各 15 分, 18、19 题各 17 分, 共 77 分. 解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤. 必须把解答过程写在答题卡相应题号指定的区域内, 超出指定区域的答案无效.

15. (本小题满分 13 分)

一个袋子中有 12 个大小相同的球, 其中有 4 个红球、8 个绿球, 分别采用有放回和不放回的方式从中随机抽取 3 个球, 设抽到红球的个数分别为 X, Y .

- (1) 求 $X=2$ 的概率;
- (2) 求 Y 的分布列与数学期望.

16. (本小题满分 15 分)

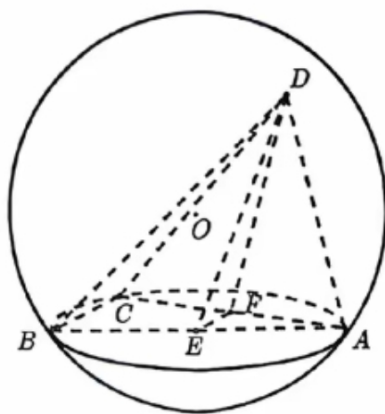
记 $\triangle ABC$ 的内角 A, B, C 的对边分别为 a, b, c , 已知 a^2, b^2, c^2 成等差数列.

- (1) 若 $a=1, b=2$, 求 $\triangle ABC$ 的面积.
- (2) 求证: $\sin A \sin(B-C) = \sin C \sin(A-B)$.

17. (本小题满分 15 分)

如图, 三棱锥 $D-ABC$ 的四个顶点均在半径为 2 的球 O 的球面上, $\angle ACB = 90^\circ$, $AD = CD$, 点 E, F 分别为棱 AB, AC 的中点.

- (1) 证明: $AC \perp DE$;
- (2) 若 $AC = 2\sqrt{2}, BC = 2$, 三棱锥 $D-ABC$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{2}}{3}$ 时, 求平面 DBC 与平面 DEF 所成角的余弦值.



（本小题满分 17 分）

已知函数 $f(x) = 2\sin x + \sin 2x$.

(1) 判断 $f(x)$ 是否为周期函数，并说明理由；

(2) 求 $f(x)$ 的最大值和最小值；

(3) 设 $n \in \mathbf{N}^*$ ，证明： $\sin x + \sin 2x + \sin 4x + \cdots + \sin 2^n x \leq \frac{\sqrt{3}}{2}n + 1$.

19. （本小题满分 17 分）

对于抛物线 $C: y^2 = 2px$ ($p > 0$)，过原点 O 作斜率为 $p+1$ 的直线 l_1 ，交抛物线 C 于另一点 P_1 ；作 P_1 关于 x 轴的对称点 Q_1 ，过点 Q_1 作 l_1 的平行直线 l_2 ，交抛物线 C 于另一点 P_2 ；作 P_2 关于 x 轴对称点 $Q_2 \dots$ ，以此类推构造点 P_n ，记 P_n 的坐标为 (x_n, y_n) ($n \in \mathbf{N}^*$).

(1) 若 $p = 2$ ，求点 P_1 的坐标；

(2) 证明：数列 $\{y_n\}$ 是等差数列；

(3) 求 $\Delta P_n P_{n+1} P_{n+2}$ 的面积的最大值.