

2026 年普通高等学校招生全国统一考试(V3)

数 学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. $(1-3i)^2 =$

- A. $-8+6i$ B. $-8-6i$ C. $8+6i$ D. $8-6i$

2. 已知向量 a, b 满足 $|a+b|=1, |a-b|=\sqrt{3}$, 则 $a \cdot b =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $-\frac{1}{2}$ D. $-\frac{1}{4}$

3. 已知集合 $A = \{0, 1, 3, 6, 9\}$, $B = \{x | \sqrt{x} = x\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{0, 1\}$ B. $\{3, 6\}$ C. $\{0, 1, 9\}$ D. $\{0, 3, 9\}$

4. 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a>0, b>0)$ 过点 $(1, 0)$ 和 $(\frac{\sqrt{7}}{2}, 3)$, 则其渐近线方程为

- A. $y = \pm 3\sqrt{2}x$ B. $y = \pm 2\sqrt{3}x$ C. $y = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}x$ D. $y = \pm \frac{\sqrt{2}}{6}x$

5. 棱台上下底面均为有一个内角是 60° 的菱形,且上下底面边长分别为 2 和 3,该棱台的高为 $\sqrt{3}$,则该棱台体积为

- A. $\frac{19}{12}$ B. $\frac{19}{6}$ C. $\frac{19}{4}$ D. $\frac{19}{2}$

6. 甲、乙、丙、丁等 8 人分成 A, B 两技术小组,要求每组 4 人,且甲乙必须在同一组,丙丁不能在同一组,则不同的分配方案有

- A. 10 种 B. 12 种 C. 16 种 D. 24 种

7. 已知 α 为第二象限角, 且 $3\sin 2\alpha \cos \alpha = 8\sin \alpha \cos 2\alpha$, 则 $\frac{1+\sin \alpha}{2-\cos \alpha} =$

- A. $\frac{3}{4}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. $\frac{15}{8}$

8. 已知 $f(x)$ 为定义在 $\mathbf{R}$ 上的偶函数, 且 $f(x) + f(x-2) = 0$, 当 $x \in [\frac{3}{2}, 3]$ 时,

$$f(x) = x^2 + ax + b, \text{ 则}$$

- A. $a = -2, b = -3$ B. $a = -2, b = 3$ C. $a = -4, b = -3$ D. $a = -4, b = 3$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 已知 $\odot O: x^2 + y^2 = 1$, $\odot A: x^2 + y^2 - 6x - 8y + k = 0$, 则

- A. 点 A 的坐标为 $(-3, -4)$
B. $k = 9$ 时, $\odot A$ 与 x 轴相切
C. 当 $k = -11$ 时, $\odot A$ 与 $\odot O$ 相切
D. 当 $\odot O$ 与 $\odot A$ 相交时, 两交点所在直线的方程是 $6x + 8y - k - 2 = 0$

10. 等比数列 $\{a_n\}$ 的公比 $q \neq 1$, $a_1 > 0$, $2a_3 = a_2 + a_1$, 记前 n 项和为 S_n , 则

- A. $q = -\frac{1}{2}$ B. $S_n > \frac{2a_1}{3}$ C. $2S_{n+2} = S_{n+1} + S_n$ D. $\sum_{k=1}^n S_k > \frac{2na_1}{3}$

11. 已知抛物线 $E: y^2 = 8x$, 斜率 $k (k > 0)$ 的直线 l 过点 $(1, 0)$, $\triangle ABC$ 为等边三角形, A 在 y 轴上, B, C 在 l 上, 则

- A. 抛物线 E 的准线方程为 $x = -2$
B. 当直线 l 与抛物线 E 无交点时, $k > \sqrt{2}$
C. 若直线 l 与抛物线 E 相交于唯一一点 B , 则抛物线焦点在直线 AB 上
D. $k = 2$ 时, $\triangle ABC$ 面积最小值为 $\frac{\sqrt{3}}{2}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. S_n 为等差数列 $\{a_n\}$ 前 n 项和. 若 $a_1 = -1, a_4 = 5$, 则 $S_6 =$ _____.

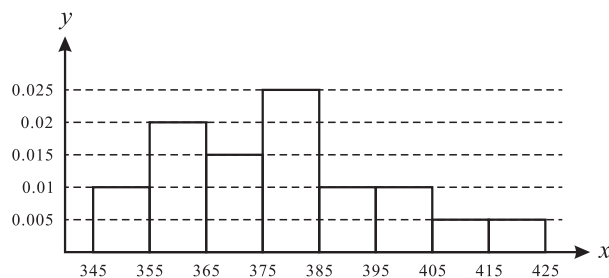
13. 若函数 $f(x) = 2^x + 2^{-x} - m$ 有两个零点, 则 m 的取值范围是 _____.

14. 球 O 的体积为 $4\sqrt{3}\pi$, A, B, C, D 四点均在球 O 的球面上, $\triangle ABC$ 为等边三角形, $DA = DB = DC = \sqrt{2}$, 则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____.

四、解答题:本题共 5 小题,共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

某工厂抽取一批电子元件检测,记录第一次出现故障的时间(天),绘制成如下的频率分布直方图:



(1) 求第一四分位数和中位数;

(2) $\hat{p}$ 为首次故障时间小于 365 天的概率估计值.

(i) 求 $\hat{p}$;

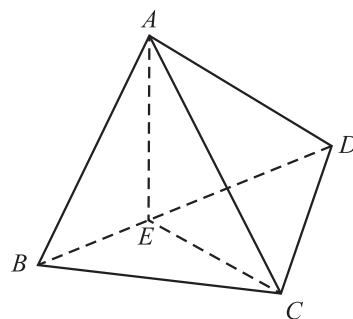
(ii) 工厂向某用户销售 100 件电子元件, X 为这 100 件产品首次出现故障小于 365 天的件数, 则 $X \sim B(100, \hat{p})$, 求 $E(X)$, $D(X)$.

16. (15 分)

三棱锥 $A-BCD$ 中, E 在 BD 上, $AE \perp CE$, $AE \perp DE$, $CD \perp AD$.

(1) 证明: $CD \perp AB$;

(2) 若 $DE = 2$, $BE = 1$, $AE = \sqrt{2}$, $CD = 2\sqrt{3}$, 求 AD 与平面 ABC 所成角的正弦值.



17. (15 分)

在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $\cos B = \frac{3}{4}$, $\cos^2(A+C) + \sin A \sin C = 1$.

(1) 证明: $\triangle ABC$ 为钝角三角形;

(2) 若 $\triangle ABC$ 面积为 $\frac{\sqrt{7}}{4}$, 求 $\triangle ABC$ 周长.

18. (17 分)

椭圆 $E: \frac{x^2}{a^2} + y^2 = 1 (a > 1)$, 过右焦点垂直于 x 轴的直线被 E 所截线段长为 $\sqrt{2}$.

(1) 求 E 的离心率;

(2) O 为坐标原点, 给定点 $G(t_0, 0) (t_0 \neq 0)$; $A(x_0, y_0) (y_0 \neq 0)$ 在 E 上, 过点 A 作 y 轴的垂线, 交于点 B , AO 与 GB 交于点 P . 当 A 在 E 上运动时, P 的轨迹为 M .

(i) 求 M 的方程;

(ii) M 是否有中心点? 当 t_0 为何值时, M 有中心点? 当 M 有中心点时, 平移 M 到 M' , 使 O 为 M' 的中心点, 说明 M' 为何形状?

19. (17 分)

已知函数 $f(x) = xe^x + ax + b$, 曲线 $y = f(x)$ 在点 $(0, f(0))$ 处的切线方程为 $y = -2x + 1$.

(1) 求 a, b ;

(2) 当 $x > 0$ 时, $f(x+m) - f(x) > m$, 求 m 的取值范围;

(3) 当 $x > 0$ 时, $f(x+k) + f(k-x) > 2f(k)$, 求 k 的最小值.