

2026 年普通高等学校招生全国统一考试

数 学

注意事项：

1. 答题前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时，选出每小题答案后，用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑；如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。
3. 回答非选择题时，将答案写在答题卡上，写在本试卷上无效。考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。

一、单项选择题：本大题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是符合题目要求的。

1. 样本数据 1, 2, 4, 6, 8, 9, 10, 12 的第 20 百分位数为
A. 1.5 B. 2 C. 3 D. 4
2. 集合 $A = \{-1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid m = \frac{x+1}{x}, m \in N\}$, 则 $A \cap B =$
A. $\{-1, 1\}$ B. $\{-1, 0, 1\}$ C. $\{-1\}$ D. $\{1\}$
3. 已知重合直线 $l_1: x - my + 1 = 0$, $l_2: 2x + 4y + n = 0$, 则 $m + n =$
A. -2 B. 0 C. 1 D. 2
4. 已知向量 $a = (1, x)$, $b = (-3, 3)$, $a \perp b$, 则 $x =$
A. -3 B. -1 C. 0 D. 1
5. 在 $\triangle ABC$ 中, $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $AB = 4$, $BC = 3$, 则 B 的解的个数为
A. 0 B. 1 C. 2 D. 无数个
6. 已知 $\tan(\frac{\alpha}{2} + \frac{\pi}{4}) = -3$, 则 $\sin 2\alpha =$
A. $\pm \frac{24}{25}$ B. $-\frac{24}{25}$ C. $\pm \frac{12}{25}$ D. $-\frac{12}{25}$
7. 非常数列 $\{a_n\}$ 满足: $a_1, 1, a_2$ 成等差数列, $1, a_2, a_3$ 成等比数列, 若 $a_1 = a_3$, 则 $a_2 =$
A. -2 B. 1 C. 0 D. 4

8. 已知复数 z 满足: $|z-3| - |z+5| = 4$, 则 $z \cdot \bar{z}$ 的最小值为

A. 1

B. 4

C. 9

D. 25

二、多项选择题: 本大题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的四个选项中, 有至少两项是符合题目要求的。若全部选对得 6 分, 部分选对得部分分, 选错或不选得 0 分。

9. 已知函数 $f(x) = \sin x$, 先将 $y = f(x)$ 的图像每个点纵坐标不变, 横坐标变为原来的 $\frac{1}{2}$, 再将所得函数向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位长度得 $g(x)$ 的图像, 下列选项正确的是

A. $x = \frac{\pi}{2}$ 是 $f(x)$ 的一条对称轴

B. $g(x) = 2 \sin(x + \frac{\pi}{6})$

C. $g(x)$ 的最小正周期为 π

D. $y = f(x)$ 与 $y = g(x)$ 在 $(0, 2\pi)$ 有 4 个交点

10. 设随机事件 A, B 满足 $P(A+B) = \frac{1}{2}$, $P(B|A) = \frac{1}{4}$, $P(B) = 2P(AB)$, 下列选项正确的是

A. $P(A) = 2P(B)$

B. $P(AB) = \frac{1}{10}$

C. 事件 A, B 相互独立

D. $P(\bar{A}|B) = \frac{1}{2}$

11. 定义在 R 上的连续函数 $f(x)$ 不恒为零, 对任意 x, y 恒有: $f(x+y) = f(x)f'(y) + f'(x)f(y)$, 且 $f'(0) = \frac{1}{2}$, 则下列说法正确的是

A. $f(0) = 0$

B. $f'(x) = \frac{f(x)}{2f(0)}$

C. $f(x)$ 与 $f(0)$ 同号

D. 若 $x \geq 0, f(x) \geq kx + f(0)$, 当且仅当 $k \leq \frac{1}{2}$

三、填空题: 本大题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 已知函数 $f(x) = e^x - x - ax^2$ 在点 $(a, f(a))$ 处的切线为 $y = 1$, 则 $a =$ _____

13. 设点 F 为抛物线 $y^2 = 2px (p > 0)$ 的焦点, 点 H 与点 F 关于 y 轴对称, 满足 $AH \perp BH$ 。若过点 F 的直线 l 交抛物线于点 A, B , 若 $|AB| = 8$, 则 $|HF| =$ _____

14. 已知三棱锥 $P-ABC$ 的体积为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$, $\angle ABC = \frac{\pi}{3}$, $AB + BC = 4$, $AP \cdot AC = 8$, 则该三棱锥的外接球表面积为 _____

四、解答题：本大题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

为调查高中生课余运动习惯与睡眠质量是否有关，某研究小组随机抽取了 100 名学生进行调查，得到如下列联表：

	睡眠充足	睡眠不足	合计
经常运动	35		
极少运动		30	50
合计			100

- (1) 补充上表，依据小概率值 $\alpha = 0.001$ 的独立性检验，分析睡眠质量与运动习惯是否有关
- (2) 用频率估计概率，求从极少运动的学生中选 3 人，恰有 2 人睡眠充足的概率

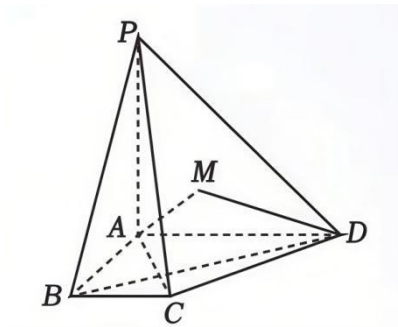
附：
$$\chi^2 = \frac{n(ad - bc)^2}{(a + b)(c + d)(a + c)(b + d)}$$

$P(\chi^2 \geq k)$	0.05	0.010	0.001
k	3.841	6.635	10.828

16. (15 分)

如图，在四棱锥 $P - ABCD$ 中， $PA \perp$ 底面 $ABCD$ ， $PB \perp BC$ ， $AB \perp PD$ ， M 为平面 PCD 上的一个动点。已知 $AD = 2AB = 2BC = 2$ ， l 是平面 PBC 与平面 PAD 的交线

- (1) 证明： $BC \parallel l$
- (2) 若二面角 $P - CD - A$ 的余弦值为 $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ，求 $|AM|$ 的最小值



17. (15 分)

设随机变量 X 的分布列为 $P(x=k)=a_k(k=1,2,3\dots n)$, 对任意 $1\leq k\leq n$ 满足

$$P(X\leq k)=\frac{k+1}{2}a_k$$

(1) 求 $\{a_k\}$ 的通项公式

(2) 设随机变量 X 的数学期望为 $E(X)$

(I) 证明: $E(X)=\sum_{k=1}^n P(X\geq k)$

(II) 求 $E(X)$

18. (17 分)

设 $P_n(x_n, y_n)$, 对任意 $n\in N^*$ 有 $x_{n+1}=-2y_n$, $y_{n+1}=\frac{1}{2}x_n$ 。已知所有点 P_n 均在椭圆 C 上

(1) 求椭圆 C 的标准方程

(2) 证明: $OP_n \perp OP_{n+1}$

(3) 证明: $\Delta P_n P_{n+1} P_{n+2}$ 的面积定值

19. (17 分)

已知函数 $f(x)=(1+x)^a+(1-x)^a$, 其中 $x\in(-1,1)$, $a\in R$

(1) 若 $f(x)$ 有最小值, 求 a 的取值范围

(2) 给定 $\theta\in(0, \frac{\pi}{2})$, 证明: 任意 $n\in N^*$, $\sin^{2n}\theta+\cos^{2n}\theta\geq\frac{1}{2^{n-1}}$

(3) 已知 $a>0$, 若对任意 $\theta\in(0, \frac{\pi}{2})$ 都有 $(\sin^{2a}\theta+\cos^{2a}\theta)^2\leq k(\sin^4\theta+\cos^4\theta)^a$

求 k 的最小值