

函数同构微专题

【例 1】 已知当 $x \geq e$ 时, 不等式 $x^a + \frac{1}{x} - e^{\frac{1}{x}} \geq a \ln x$ 恒成立, 则正实数 a 的最小值为()

- A. 1 B. $\frac{1}{e}$ C. e D. $\frac{1}{e^2}$

【变式 1】 若关于 x 的不等式 $e^{x-a} \geq \ln x + a$ 对一切正实数 x 恒成立, 则实数 a 的取值范围是 ()

- A. $\left(-\infty, \frac{1}{e}\right)$ B. $(-\infty, e]$ C. $(-\infty, 1]$ D. $(-\infty, 2]$

【变式 2】 设实数 $m > 0$, 若对任意的 $x \geq e$, 不等式 $x^2 \ln x - m e^{\frac{m}{x}} \geq 0$ 恒成立, 则 m 的最大值为_____.

【变式 3】 例 2. 已知 x_0 是方程 $2x^2 e^{2x} + \ln x = 0$ 的实根, 则关于实数 x_0 的判断正确的是_____.

- A. $x_0 \geq \ln 2$ B. $x_0 < \frac{1}{e}$ C. $2x_0 + \ln x_0 = 0$ D. $2e^{x_0} + \ln x_0 = 0$

【变式 4】 对任意的 $x \in (0, +\infty)$, 恒有 $a(e^{ax} + 1) \geq 2\left(x + \frac{1}{x}\right) \cdot \ln x$, 求实数 a 的最小值_____.