

南京市 2026 届高三年级第二次模拟考试

数 学

2026.05

注意事项：

1. 本试卷考试时间为 120 分钟，试卷满分 150 分，考试形式闭卷。
2. 本试卷中所有试题必须作答在答题卡上规定的位置，否则不给分。
3. 答题前，务必将自己的姓名、准考证号用 0.5 毫米黑色墨水签字笔填写在答题卡上。

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共计 40 分。在每小题给出的四个选项中，只有一项是正确的。

1. 已知 $(2-i)z=3+i$ ，则 $|z| =$

- A. $\sqrt{2}$ B. 2 C. $\sqrt{5}$ D. 5

2. 抛物线 $y^2=x$ 的焦点为 F ，准线为 l ，则 F 到 l 的距离为

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. 1 D. 2

3. $(x-\frac{1}{x})^6$ 的展开式中，常数项为

- A. -20 B. -15 C. 15 D. 20

4. 已知 M, N 均为 $\mathbf{R}$ 的子集，且 $M \cap (\complement_{\mathbf{R}} N) = \emptyset$ ，则 $M \cup N =$

- A. $\emptyset$ B. M C. N D. $\mathbf{R}$

5. 已知圆 $C: (x-3)^2 + y^2 = 9$ ，直线 l 过点 $P(1,1)$ ，当 l 被 C 截得的弦长最短时，直线 l 的方程为

- A. $2x - y - 1 = 0$ B. $2x + y - 3 = 0$
C. $x - 2y + 1 = 0$ D. $x + 2y - 3 = 0$

6. 已知 $\sin \alpha + 2\cos \alpha = \sqrt{5}$ ，则 $\tan \alpha =$

- A. -2 B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 2

7. 曲线 $y = \frac{1}{4x}$ 在 $x = n (n \in \mathbf{N}^*)$ 处的切线为 l_n ，分别记 l_n 在 x, y 轴上的截距为 x_n, y_n ，

则 $\sum_{i=1}^n (x_i \cdot y_{i+1} + x_{i+1} \cdot y_i) =$

- A. $\frac{3n-1}{n}$ B. $\frac{3n+2}{n+1}$ C. $\frac{2n^2+n-1}{n}$ D. $\frac{2n^2+3n}{n+1}$

8. 在平面直角坐标系 xOy 中，椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ ，若 C 上存在两点 A, B ，使

$OA \perp OB$ ，且 $OA = \sqrt{3}OB$ ，则 C 的离心率的取值范围是

- A. $(0, \frac{\sqrt{6}}{3}]$ B. $[\frac{\sqrt{6}}{3}, 1)$ C. $(0, \frac{\sqrt{3}}{6}]$ D. $[\frac{\sqrt{3}}{6}, 1)$

二、选择题：本题共 3 小题，每小题 6 分，共 18 分。在每小题给出的选项中，有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分，部分选对的得部分分，有选错的得 0 分。

9. 已知 $a > 0, b > 0$ ，且 $a \neq 1, b \neq 1, \log_a b < 1$ ，则下列不等式可能成立的是

- A. $1 < a < b$ B. $1 < b < a$ C. $a < 1 < b$ D. $b < a < 1$

10. 已知函数 $f(x) = \begin{cases} x, & x \leq 1, \\ -f(x-1), & x > 1, \end{cases}$ 则

- A. $f(2) = 1$ B. $\forall x > 0, f(x+2) = f(x)$
C. $f(x)$ 在 $(7, 8)$ 上单调递减 D. $f(x)$ 有且仅有 1 个零点

11. 在三棱锥 $P-ABC$ 中， $AB=2, \angle APB = \angle ACB = \frac{\pi}{3}, PC \perp$ 平面 ABC ，则

- A. $\triangle ABC$ 外接圆直径为 $\frac{4\sqrt{3}}{3}$
B. $CP^2 + CA^2 + CB^2 = \frac{16}{3}$
C. 当 $PC=1$ 时，三棱锥 $P-ABC$ 的体积取得最大值
D. 三棱锥 $P-ABC$ 的外接球半径的取值范围是 $(\frac{2\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{15}}{3})$

三、填空题：本题共 3 小题，每小题 5 分，共 15 分。

12. 将函数 $y = 2\sin(x + \frac{\pi}{3})$ 的图象向左平移 $\varphi (0 < \varphi < \frac{\pi}{2})$ 个单位，得到的图象关于 y 轴对称
则 $\varphi =$ .

13. 已知平行六面体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 的底面是边长为 2 的正方形，动点 M 满足 $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{A} + x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AD}, x, y \in [0, 1]$ ，且 $CM \parallel$ 平面 A_1BD 。则 M 的轨迹长度为 .

14. 已知函数 $f(x) = x^3 + 3\sqrt{3}x^2 + mx (m \in \mathbf{R})$ 有两个极值点 x_1, x_2 ，且 $|f(x_1) - x_1| = |f(x_2) - x_2|$
则 $m =$ .

四、解答题：本题共 5 小题，共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (本小题满分 13 分)

已知数列 $\{a_n\}$ 的各项均为正数， S_n 为 $\{a_n\}$ 的前 n 项和，且 a_n^2, S_n, a_n 成等差数列。

(1) 求 $\{a_n\}$ 的通项公式；

(2) 设 $b_n = a_n \cdot (\frac{1}{2})^{a_n}$ ，求数列 $\{b_n\}$ 的前 n 项和 T_n 。

16. (本小题满分 15 分)

已知函数 $f(x) = \frac{ax + a - 1}{e^x}, a \in \mathbf{R}$.

(1) 讨论 $f(x)$ 的单调性;

(2) 当 $a > 0$ 时, 证明: $f(x) < \frac{1}{2}a^2$.

17. (本小题满分 15 分)

如图 1, 在平面四边形 $ABCD$ 中, $AB = \sqrt{5}, BC = 3, CD = 6, DA = 4\sqrt{2}, \angle BCD = \frac{\pi}{2}$.

(1) 求 $\angle CDA$;

(2) 点 E, F 满足: $\overrightarrow{DE} = \frac{1}{3}\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DF} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DA}$. 如图 2, 将 $\triangle DEF$ 沿 EF 折至 $\triangle PEF$, 使得二面角 $P-EF-C$ 为直二面角, 连接 PA, PB, PC . 求直线 PC 与平面 PAB 所成角的正弦值.

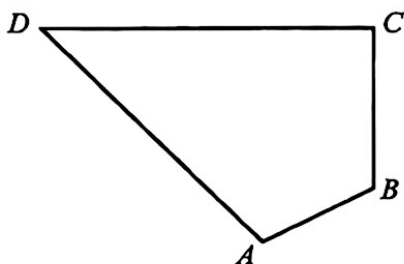


图 1

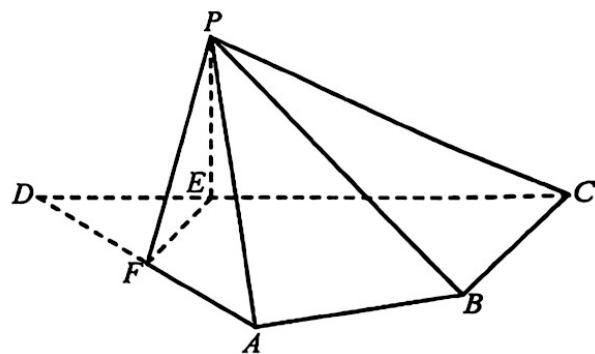


图 2

(第 17 题图)

18. (本小题满分 17 分)

在平面直角坐标系 xOy 中, 双曲线 $C: \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > 0, b > 0)$ 的右顶点为 $(1, 0)$, 渐近线互相垂直.

(1) 求 C 的方程;

(2) 直线 l_1 依次交 C 的左支、 x 轴、右支于 P, T, Q 三点, 经过点 T 且垂直于 l_1 的直线 l_2 与 C 有且仅有一个公共点 M , 点 N 与 M 关于原点 O 对称, 直线 NP, NQ 分别交 x 轴于 A, B 两点.

证明: ① M, T 两点的横坐标之积为定值;

② 四边形 $AMBN$ 是平行四边形.

19. (本小题满分 17 分)

盒中有 4 个黑球 2 个红球, 每个球除颜色外均相同. 甲、乙进行摸球游戏, 两人轮流从盒中摸球, 每次由其中一人随机摸出 2 个球, 若有黑球, 则黑球放回盒中; 若有红球, 则红球不再放回盒中. 直至盒中红球已被全部取出, 游戏结束. 第一次摸球从甲开始, 记 P_n 为第 n 次摸球后游戏结束的概率.

(1) 求 P_1, P_2 ;

(2) 求 P_n ;

(3) 若摸球 $2n$ 次, 游戏恰好结束, 将此情况下乙摸到的红球个数记为随机变量 X_{2n} .

证明: $E(X_{2n}) < \frac{7}{5}$.