

湖北恩施州 2026 届高三第二次质量监测考试

数学试题

★祝大家学习生活愉快★

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、单选题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分,每小题只有一个选项符合要求

1. 已知 $A = \{0, 2, 4\}$, $B = \{x | 2x \in A\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{0\}$ B. $\{0, 2\}$ C. $\{0, 4\}$ D. $\{2, 4\}$

2. 复数 z 满足 $\frac{i}{z} = 1 + i$, 则 $|z| =$

- A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B. 1 C. $\sqrt{2}$ D. $\sqrt{3}$

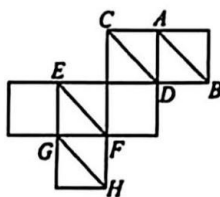
3. 等差数列 $\{a_n\}$ 的前 n 项和为 S_n , 满足 $S_n < S_9$, $S_{10} > S_{11}$, 则

- A. $a_9 + a_{10} = 0$ B. $a_{10} < 0$ C. $S_{17} > 0$ D. S_9, S_{10} 均为 S_n 的最大值

4. 已知向量 $\vec{a} = (1, 2)$, $\vec{b} = (-1, 3)$, 若向量 $\vec{c}$ 满足 $\vec{c} \cdot \vec{a} = 2$, $\vec{c} \cdot \vec{b} = -7$, 则 $|\vec{c}| =$

- A. 1 B. $\sqrt{5}$ C. $\frac{9\sqrt{5}}{5}$ D. $\sqrt{17}$

5. 如图是一个正方体的展开图, 若将它还原为正方体, 则



- A. $AB \parallel CD$ B. $EF \parallel AB$ C. $GH \parallel AB$ D. $GH \parallel EF$

6. 已知 $x \in (0, \frac{\pi}{4})$, 若实数 a 满足 $\ln a \cdot \tan x > \ln x$ 恒成立, 则

- A. $a \geq 1$ B. $a \geq \frac{\pi}{4}$ C. $a \geq -\ln \frac{\pi}{4}$ D. $a \geq \frac{1}{2}$

7. 已知函数 $f(x) = \tan(x + \frac{m\pi}{4})$ ($m \in \mathbb{Z}$) 在 $(-\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{4})$ 上不单调, 则函数 $f(x)$ 图象的对称中心为

- A. $(\frac{k\pi}{2}, 0)$ ($k \in \mathbb{Z}$) B. $(-\frac{\pi}{4}, \frac{k\pi}{2}, 0)$ ($k \in \mathbb{Z}$)
C. $(\frac{\pi}{4} + k\pi, 0)$ ($k \in \mathbb{Z}$) D. $(-\frac{\pi}{2} + k\pi, 0)$ ($k \in \mathbb{Z}$)

8. 锐角 $\triangle ABC$ 中, $B > C$, $\ln\left(\frac{3A}{\pi}\right) + \sin\left(A + \frac{\pi}{6}\right) \geq \frac{3A}{\pi}$, 则

A. $\sin A < \cos B$

B. $\cos\left(\frac{3}{5}A\right)\cos\left(A + \frac{\pi}{15}\right) = \frac{\sqrt{2}-1}{2}$

C. $\sin B < 2\sin C$

D. $\sin\left(2C + \frac{2}{3}\pi\right) = \cos 2B$

二、多选题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的四个选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 设 X 为样本的一个随机变量, 则关于数学期望的表述正确的有

A. 样本估计总体时, 总体的均值一定为 $E(X)$

B. $E(X)$ 反应了 X 取值的平均水平

C. $E^2(X) \leq E(X^2)$

D. 若 X 服从 $0-1$ 分布, 则 $E(X) = P(X=1)$

10. 已知 $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$, $f(x) = \frac{1}{\sin x \cos x}$, $g(x) = \frac{1}{\sin x} + \frac{1}{\cos x}$, 则

A. $f(x) + g(x)$ 的最小值为 $2\sqrt{2} + 2$

B. $f(x) + g(x)$ 的最大值为 $2\sqrt{2} + 4$

C. $f(x) - g(x)$ 的最小值为 $4 - 2\sqrt{2}$

D. $f(x) - g(x)$ 的最大值为 $2 - 2\sqrt{2}$

11. 已知抛物线 $y^2 = -2px$ ($p > 0$) 经过平移后得到曲线 $\Gamma: (y-m)^2 = -2px + m^2 - 5$, $m \in R$, Γ 与 y 轴交于 A , B 两点, 点 C 坐标为 $(1, 1)$, $\triangle ABC$ 的外接圆为圆 E , 则

A. Γ 的焦点坐标为 $\left(\frac{m^2 - p^2 - 5}{2p}, m\right)$

B. 圆心 E 在直线 $2x - y + 2 = 0$ 上

C. 圆 E 过定点 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

D. 若 $p = 1$, $\sqrt{5} < m < 3$, 则圆 E 与 Γ 有且仅有两个交点

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分

12. 曲线 $y = e^x - e$ 在 $(1, 0)$ 处的切线为_____.

13. 双曲线 $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{4a^2} = 1$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 , 双曲线右支上一点 M 满足 $MF_1 \perp MF_2$, 则直线 MF_2 的斜率为_____.

14. 将 4 个相同的小球摆放在 3×3 的方格中, 要求每一个方格中只能摆放一个小球, 且任意两个小球所在的方格不能恰好共用一个方格顶点, 则所有摆放种数为_____.

四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分, 解答应写出文字说明, 证明过程或演算步骤

15. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 与直线 $l: 2x + ay + b^2 - 10 = 0$ 交于 $A(3, 0)$, $B(0, b)$ 两点.

(1) 求椭圆 C 的方程;

(2) 若 C 上存在关于原点对称的两点 M, N , 使得 $\triangle MAB$ 与 $\triangle NAB$ 的面积相等, 求这两点的坐标.

16. 某景区为回馈游客设计了一项抽奖活动, 每轮抽奖规则是: 从装有大小相同的 6 个红球和 4 个黑球的袋中一次抽取 3 个球, 每一个红球积 1 分, 每一个黑球积 0 分; 每位游客只能参加一轮抽奖活动, 若所得积分大于或等于 2, 即可获得景区门票一张.

(1) 求游客甲在一轮抽奖中所得积分 X 的分布列;

(2) 若某旅行团共 5 位游客, 每位游客获奖的概率稳定且相互独立, 求该旅行团获得景区门票的人数最有可能是几人.

17. 已知各项均为正数的数列 $\{a_n\}$, 满足 $a_1 = \frac{1}{2}$, $a_1 a_n + a_{n+1} = \sqrt{2a_n a_{n+1}}$.

(1) 求 a_n ;

(2) 设数列 $\{b_n\}$ 满足 $b_1 = a_1$, $b_i = k_i a_i$, $k_i \in \{-1, 1\}$, $i \geq 2$, 记其前 n 项和为 T_n , 且 $T_{4n} = \frac{1}{5} \left(1 - \frac{1}{2^{4n}}\right)$, 求 $\frac{b_{2024} + b_{2027}}{b_{2025} + b_{2026}}$.

18. 已知函数 $f(x) = e^x + a \sin x$, $a \in R$.

(1) 当 $a = 0$, $x \geq 0$ 时, 令 $g(x) = f(x) - ex$, 求 $g(x)$ 的最小值;

(2) 当 $a \leq 0$, $x \geq 0$ 时, 求证: $2f(x) \geq (2a + e + 1)x + 1$;

(3) 若 $0 < a < 1$, $x_1 > 0$, $x_2 > 0$, $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0$, 求证: $f(x_1 + x_2 + x_3) \leq \frac{2}{3}f(x_1) + \frac{1}{3}f(x_2)$.

19. 如图, 四面体 $P-ABC$ 中, $PA = 2a$, $AB = AC = BC = 2b$, D 是 AB 的中点.

(1) 若 $PB = 2a$, I 是点 P 在平面 ABC 内的投影, 存在实数 x 满足 $\vec{PI} - \frac{1}{2}\vec{PC} = x(\vec{PA} + \vec{PB})$.

(i) 求 x 的值;

(ii) 若 $\angle PCD < \frac{\pi}{3}$, 求 $\frac{a}{b}$ 的取值范围;

(2) 若 $PA \perp AB$, 异面直线 PC 与 AB 所成角为 $\frac{\pi}{3}$, 记四面体 $P-ACD$ 外接球的半径为 R , 求证: 当 $\frac{R^2}{ab}$ 取最小值时, $a > b$.

