

期末小题（5）强化训练

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分.

1. 样本数据 16, 24, 14, 10, 20, 30, 12, 14, 40 的中位数为 ()

- A. 14 B. 16 C. 18 D. 20

2. 若复数 $\frac{a+3i}{2+i}$ 是纯虚数，则实数 $a =$ ()

- A. $-\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{2}$ C. $-\frac{2}{3}$ D. $\frac{2}{3}$

3. 已知圆 $E: x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ ，圆 $F: x^2 + y^2 - 2x - 4y + 4 = 0$ ，则这两圆的位置关系为 ()

- A. 内含 B. 相切 C. 相交 D. 外离

4. 有 5 辆车停放 6 个并排车位，货车甲车体较宽，停靠时需要占两个车位，并且乙车不与货车甲相邻停放，则共有 () 种停放方法.

- A. 72 B. 144 C. 108 D. 96

5. 冬季是流感高发期，其中甲型流感病毒传染性非常强. 基本再生数 R_0 与世代间隔 T 是流行病学基本参考数据. 某市疾控中心数据库统计分析，可以用函数模型 $W(t) = 2^t$ 来描述累计感染甲型流感病毒的人数 $W(t)$ 随时间 t , $t \in \mathbb{Z}$ (单位: 天) 的变化规律，其中指数增长率 r 与基本再生数 R_0 和世代间隔 T 之间的关系近似满足 $R_0 = 1 + rT$ ，根据已有数据估计出 $R_0 = 4$ 时， $T = 12$. 据此回答，累计感染甲型流感病毒的人数增加至 $W(0)$ 的 3 倍至少需要 (参考数据: $\lg 2 \approx 0.301$, $\lg 3 \approx 0.477$) ()

- A. 6 天 B. 7 天 C. 8 天 D. 9 天

6. 在等边 $\triangle ABC$ 中，已知点 D , E 满足 $\overrightarrow{AD} = 4\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AE} = \overrightarrow{EB}$, BD 与 CE 交于点 O ，则 $\overrightarrow{AO}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的投影向量为 ()

- A. $\frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{2}\overrightarrow{AC}$ C. $\frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$ D. $\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

7. 已知 $\theta \in \left(\frac{3\pi}{4}, \pi\right)$, $\tan 2\theta = -4\tan\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$, 则 $\frac{1 + \sin 2\theta}{2\cos^2 \theta + \sin 2\theta} =$ ()

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{3}{4}$ C. 1 D. $\frac{3}{2}$

8. 已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 (a > b > 0)$ 的左右焦点分别为 F_1, F_2 ，过 F_2 的直线交椭圆 C 于 A, B 两点，若 $|AF_1| = 3|AF_2|$ ，点 M 满足 $\overrightarrow{F_1M} = 3\overrightarrow{MF_2}$ ，且 $AM \perp F_1B$ ，则椭圆 C 的离心率为 ()

- A. $\frac{1}{3}$ B. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.

9. 某学校高一年级学生有900人，其中男生500人，女生400人，为了获得该校高一全体学生的身高信息，现采用样本量比例分配的分层随机抽样方法抽取了容量为180的样本，经计算得男生样本的均值为170，方差为19，女生样本的均值为161，方差为28，则下列说法中正确的是（ ）

A. 男生样本容量为100 B. 抽取的样本的方差为43 C. 抽取的样本的均值为166 D. 抽取的样本的均值为165.5

10. 在前 n 项和为 S_n 的正项等比数列 $\{a_n\}$ 中， $a_1a_4=8$ ， $a_3=a_2+2$ ， $b_n=\frac{\log_2 a_n}{S_n+1}$ ，则（ ）

A. $a_6-4a_5=-48$ B. $S_7=127$ C. $S_n=2a_n-1$ D. 数列 $\{b_n\}$ 中的最大项为 b_2

11. 已知双曲线 $E: x^2 - \frac{y^2}{3} = 1$ 的左、右焦点分别为 F_1 、 F_2 ，过左焦点 F_1 的直线与双曲线 E 的左支相交于 A, B 两点（ A 在第二象限），点 C 与 B 关于坐标原点对称，点 M 的坐标为 $(0, 2\sqrt{3})$ ，则下列结论正确的是（ ）

A. 记直线 AB 、 AC 的斜率分别为 k_1 、 k_2 ，则 $k_1 \cdot k_2 = 3$ B. 若 $\overrightarrow{CF_1} \cdot \overrightarrow{BF_1} = 0$ ，则 $S_{\triangle CBF_1} = 3$

C. $|MC| + |CF_1|$ 的最小值为6 D. $\overrightarrow{AF_1} \cdot \overrightarrow{AF_2}$ 的取值范围是 $\left(-\frac{3}{4}, +\infty\right)$

三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 已知平面向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 满足 $|\vec{a}|=1$ ， $\vec{b}=(1, 2)$ ， $\vec{a} \perp (\vec{a} - 2\vec{b})$ ，则向量 $\vec{a}, \vec{b}$ 夹角的余弦值为_____.

13. 若函数 $f(x) = \sin\left(\omega x + \frac{\pi}{5}\right)$ 在区间 $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}\right)$ 内没有零点，则正数 ω 的取值范围是_____.

14. 在四面体 $P-ABC$ 中， $BP \perp PC$ ， $\angle BAC = 60^\circ$ ，若 $BC = 2$ ，则四面体 $P-ABC$ 体积的最大值是_____，它的外接球表面积的最小值为_____.

一、选择题：本题共 8 小题，每小题 5 分，共 40 分。

A. 4 B. 5 C. 6 D. 9

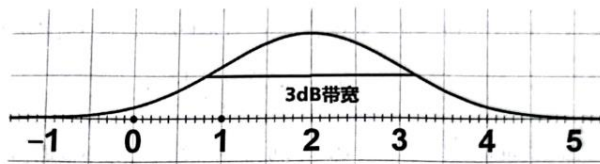
A. 充分不必要条件 B. 必要不充分条件 C. 充要条件 D. 既不充分也不必要条件

A. $\left(0, \frac{1}{2}\right)$ B. $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ C. $\left(\frac{1}{2}, +\infty\right)$ D. $\emptyset$

①若 $\alpha \cap \gamma = m, \beta \cap \gamma = n$, 且 $m // n$, 则 $\alpha // \beta$; ④若 $m // \alpha, n // \beta$, 且 $m // n$, 则 $\alpha // \beta$.
②若 m, n 相交且都在平面 α, β 外, $m // \alpha, m // \beta, n // \alpha, n // \beta$, 则 $\alpha // \beta$; ③若 $m // \alpha, m // \beta$, 则 $\alpha // \beta$;
A. 1个 B. 2个 C. 3个 D. 4个

A. 18种 B. 24种 C. 30种 D. 36种

A. $\sqrt{\ln 2}$ B. $4\sqrt{\ln 2}$ C. $3\sqrt{\ln 2}$ D. $2\sqrt{2\ln 2}$



A. 3 B. -3 C. $-\sqrt{5}$ D. 2

A. $3^{2024} - 1011$ B. $3^{2024} + 1011$ C. $3^{1012} - 1011$ D. $3^{1012} + 1011$

二、选择题：本题共3小题，每小题6分，共18分.

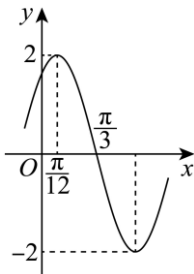
9. 已知函数 $f(x) = A\sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, |\varphi| < \frac{\pi}{2}$) 的部分图象如图所示，下列说法正确的是 ()

A. $f(0) = \sqrt{3}$

B. 函数 $f(x)$ 的图象关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称

C. 函数 $f(x)$ 在 $\left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}\right]$ 上单调递减

D. 将函数 $f(x)$ 图象向左平移 $\frac{\pi}{6}$ 个单位所得图象关于y轴对称



10. 已知 $x \geq 1$, $y > 1$, 且 $xy = 4$, 则 ()

A. $1 \leq x \leq 4, 1 < y < 4$

B. $4 \leq x + y \leq 5$

C. $\frac{y}{x}$ 最大值为4

D. $4x + y^2$ 的最小值为12

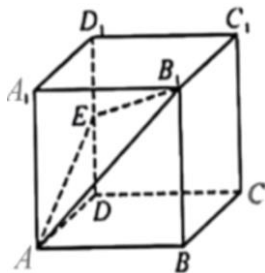
11. 如图，在棱长为1的正方体 $ABCD - A_1B_1C_1D_1$ 中， E 是线段 DD_1 上的动点（不包括端点），过 A, B_1, E 三点的平面将正方体截为两个部分，则下列说法正确的是 ()

A. 正方体的外接球的表面积是正方体内切球的表面积的3倍

B. 不存在一点 E , 使得点 A_1 和点 C 到平面 AEB_1 的距离相等

C. 正方体被平面 AEB_1 所截得的截面的面积随着 D_1E 的增大而增大

D. 当正方体被平面 AEB_1 所截得的上部分的几何体的体积为 $\frac{1}{3}$ 时， E 是 DD_1 的中点



三、填空题：本题共3小题，每小题5分，共15分.

12. 设 A, B 是一个随机试验中的两个零件，若 $P(B) = \frac{3}{4}$, $P(A|B) = \frac{1}{3}$, $P(A+B) = \frac{2}{3}$, 则 $P(A) =$ _____.

13. 已知 $\triangle ABC$ 中， $AB = 2BC = 2$, AB 边上的高与 AC 边上的中线相等，则 $\tan B =$ _____.

14. 在同一平面直角坐标系中， P, Q 分别是函数 $f(x) = axe^x - \ln(ax)$ 和 $g(x) = \frac{2\ln(x-1)}{x}$ 图象上的动点，若对任意 $a > 0$, 有 $|PQ| \geq m$ 恒成立，则实数 m 的最大值为_____.