集合

1.集合与简单逻辑

（1） B；$\subseteq$；$\subseteq$；$\varnothing$；R.
（2） B；$\subseteq$；$\subseteq$；$\varnothing$；R.
（3）①相反；②假、真③真、假

（4）不是；不都是；不大于；不小于；一个也没有；至少两个；至多有$(n-1)$个；至少有$(n+1)$个；存在某x，不成立；$\neg p$且$\neg q$；$\neg p$或$\neg q$；存在某x，成立.

（5） $\exists x \in A$，是$\neg p(x)$成立；$\forall x \in A$，使$\neg p(x)$成立

（6）①充分条件；必要条件；充要条件.
②充分不必要条件；必要不充分条件；充要条件.

不等式

1. 不等关系与不等式

1.1.不等式的基本性质

（1）$\prec$（2）$\succ$（3）$\succ$（4）$\succ$（5）$\succ$；$\prec$（6）$\succ$（7）$\succ$（8）$\succ$（9）$\geq$
推广：$\geq$

1.2.倒数性质

（1）$\succ$（2）$\prec$（3）$\succ$（4）$\prec$；$\prec$

1.3.有关分数的性质

（1）$\prec$；$\succ$（2）$\succ$；$\succ$

2.基本不等式

2.1 基本不等式

（1）$\sqrt{ab} \le \frac{a+b}{2}$；$a=b$；算术平均数；几何平均数；

注意：正数；求最值时和或积为定值；满足等号成立的条件.

变形 1：$\frac{b}{a}+\frac{a}{b} \ge 2$（$ab \succ 0, ab=2$ 时取等号）

变形 2：$\left|x+\frac{1}{x}\right| = |x| + \frac{1}{|x|} \ge 2$（$x \ne 0, x=\pm 1$ 时取等号）

（2）$2ab$（当且仅当 $a=b$ 时取“=”号）；

变形 1：$2\left(a^2+b^2\right) \ge \left(a+b\right)^2$，（当且仅当 $a=b$ 时取“=”号）；

变形 2：$ab \le \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$（当且仅当 $a=b$ 时取“=”号）.

（3）≤；≤；≤.

2.2 均值定理

（1）≤；$\frac{S^2}{4}$；最大值.

（2）≥；$2\sqrt{p}$；最小值.

2.3 常见求最值模型

模型一：$2\sqrt{mn}$；$x=\sqrt{\frac{n}{m}}$

模型二：$\frac{n}{x-a}$；ma；$2\sqrt{mn}$；ma；$x-a=\sqrt{\frac{n}{m}}$

模型三：≤；$x=\sqrt{\frac{c}{a}}$

模型四：≤；$\frac{n^2}{4m}$；$x=\frac{n}{2m}$

2.4 其他不等式

（1）$3abc$ （当且仅当 $a=b=c$ 时取“=”号）

（2）$\geq; a=b=c$

（3）$\left(a_1^2+a_2^2+\cdots a_n^2\right)\left(b_1^2+b_2^2+\cdots b_n^2\right)\geq\left(a_1b_1+a_2b_2+\cdots a_nb_n\right)^2$

（4）$\dfrac{(x+y)^2}{a+b}$

（5）①：≤； $ab\geq 0$ ②：≤； $ab\leq 0$ ③：≤；≤

3.一元二次不等式解法

3.1 简单的分式不等式的解法

（1）$\succ;\succ,\succ;\prec,\prec$.

（2）$\prec;\succ,\prec;\prec,\succ$.

（3）$\succ,=;\geq,\succ;\leq,\prec$.

（4）$\prec,=;\geq,\prec;\leq,\succ$.

3.3 一元二次不等式的解

①有两个不等实根 $x_1,x_2\left(x_1\prec x_2\right)$；②有两个相等实根 $x_1=x_2=-\dfrac{b}{2a}$；③没有实根.

④$\{x\mid x\prec x_1或x\succ x_2\}$； ⑤$\{x\mid x\neq x_1\}$； ⑥$R$

⑦$\{x\mid x_1\prec x\prec x_2\}$； ⑧$\varnothing$ ； ⑨$\varnothing$

3.4 指数不等式的解法

（1）$\prec$，$\succ$；（2）$\succ$，$\succ$.

4.含参数的不等式的解法

（1）①正，负，0； ②正，负，0；③大，小，0.

5. 含有几何意义的目标函数

（1）$z=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$；$z=\sqrt{x^2+y^2}$

（2）$z=\frac{a}{c}\cdot\frac{y-\left(-\frac{b}{a}\right)}{x-\left(-\frac{d}{c}\right)}$；$(x,y)$；$\left(-\frac{d}{c},-\frac{b}{a}\right)$；$\frac{a}{c}$；$z=\frac{y-b}{x-a}$；$z=\frac{y}{x}$.

（3）$z=\sqrt{A^2+B^2}\cdot\frac{|Ax+by+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$；$(x,y)$；$Ax+By+C=0$；$\sqrt{A^2+B^2}$.

一、函数

1. 主方公式

【答案】（1）$(a+b)(a^2-ab+b^2)$

（2）$(a-b)(a^2+ab+b^2)$

（3）$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

（4）$a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

2.映射

【答案】n^m；m^n

3 函数定义域

3.1.基本初等函数定义域

【答案】（1）不为零 （2）大于或等于零 （3）大于 0 且不等于 1；大于 0

（4）大于 0 且不等于 1；大于 0　　（5）$x\in\left\{x\in R,x\neq k\pi+\dfrac{\pi}{2},k\in z\right\}$

（6）$x\in\{x\in R,x\neq k\pi,k\in z\}$　　（7）$\{x\mid x\neq 0\}$

3.2.抽象函数定义域

4.函数的解析式

5.函数值域的求法

6.函数的单调性：注意单调区间书写“，”或“和”连接

6.1.函数单调性的定义

（1）【答案】增函数；增函数.（2）【答案】减函数；减函数.

6.2.函数单调性的判别方法

（2）①【答案】增函数；减函数；增函数；减函数；无法确定.
②【答案】减函数；增函数；　增函数；　减函数；增函数.

（3）【答案】增函数；减函数；减函数；增函数.
（4）【答案】增函数；减函数；充分不必要条件.
（5）【答案】增函数；减函数.

7.函数的奇偶性

（1）【答案】a：偶；b：偶；c：奇；d：奇；e：偶；f：无法确定.

（3）【答案】 奇函数；偶函数；偶函数；偶函数

（4）a：【答案】y；原点. b：【答案】 0 ；c：【答案】奇函数；非奇非偶

d：【答案】$f(x)=0$；e：【答案】$f(x)=\dfrac{f(x)-f(-x)}{2}+\dfrac{f(x)+f(-x)}{2}$；

f：【答案】偶函数；奇函数；g：【答案】充要条件

h：【答案】$f(x+a)=f(-x-a)$；$f(x+a)=f(-x+a)(a\neq 0)$；$f(x+a)=-f(-x-a)$；$f(x+a)=-f(-x+a)(a\neq 0)$；$f(x)+f(-x)+2a=0(a\neq 0)$.

（5）奇函数模型

【答案】① $g(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{2}$；② $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$；③ $f(x)=\dfrac{\ln^{\frac{1+x}{1-x}}}{2}$；④ $f(x)=\ln\left(\sqrt{1+x^2}+x\right)$；⑤ $f(x)=|x+1|-|x-1|$

（6）偶函数模型

【答案】① $f(x)=x^2+2$；② $g(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{2}$；③ $f(x)=\ln^{\left(e^{2x}+1\right)}-x$；

④ $f(x)=|x+1|+|x-1|$

8.函数的对称性：同号$\rightarrow$对称轴；异号$\rightarrow$对称中心

（2）【答案】x；【答案】y；【答案】原点；【答案】$x=a$；【答案】$x=0$；

【答案】$(0,0)$；【答案】$x=\dfrac{c-b}{2a}$；【答案】$\left(\dfrac{c-b}{2a},0\right)$

9.函数的周期性

（2）【答案】$T=a$；【答案】$T=2a$；【答案】$T=2a$；【答案】$T=4a$；【答案】$T=6a$

（2）①【答案】$T=2|a-b|$；$T=2|a|$；②【答案】$T=2|a-b|$；$T=2|a|$

③【答案】$T=4|a-b|$；$T=4|a|$；$T=4|a|$

10.二次函数与一元二次方程根的分布

（1）【答案】$f\left(x\right)=ax^{2}+bx+c,a\neq 0$；【答案】$f\left(x\right)=a\left(x-h\right)^{2}+k,a\neq 0$，其中$\left(h,k\right)$为顶点；【答案】 $f\left(x\right)=a\left(x-x_{1}\right)\left(x-x_{2}\right),a\neq 0$

（3）【答案】① $\begin{cases}\Delta \succ 0\\ -\dfrac{b}{2a}\prec m\\ f\left(m\right)\succ 0\end{cases}$；② $\begin{cases}\Delta \succ 0\\ -\dfrac{b}{2a}\prec m\\ f\left(m\right)\succ 0\end{cases}$；③ $f\left(m\right)\prec 0$；④ $\begin{cases}\Delta \succ 0\\ m\prec -\dfrac{b}{2a}\prec n\\ f\left(m\right)\succ 0\\ f\left(n\right)\succ 0\end{cases}$；⑤ $\begin{cases}f\left(m\right)\succ 0\\ f\left(n\right)\prec 0\\ f\left(p\right)\succ 0\end{cases}$；⑥ $\begin{cases}\Delta =0\\ m\prec -\dfrac{b}{2a}\prec n\end{cases}$或$f\left(m\right)\cdot f\left(n\right)\prec 0$或$\begin{cases}f\left(m\right)=0\\ f\left(n\right)\succ 0\\ -\dfrac{b}{2a}\succ m\end{cases}$或$\begin{cases}f\left(m\right)\succ 0\\ f\left(n\right)=0\\ -\dfrac{b}{2a}\prec n\end{cases}$

11.函数的图象变换

【答案】向左$\left(a\succ 0\right)$（向右$a\prec 0$）平移$\left|a\right|$单位

【答案】向上$\left(b\succ 0\right)$（向下$b\prec 0$）平移$\left|b\right|$单位

【答案】x轴下方部分沿x轴对折到x轴上方
【答案】擦除y轴左侧部分，将y轴右侧部分沿y轴对折

12.指数与对数

（1）【答案】 $\sqrt[n]{a^{m}}\left(a\succ 0,m,n\in N^{*},n\succ 1\right)$； $\dfrac{1}{a^{\frac{m}{n}}}=\dfrac{1}{\sqrt[n]{a^{m}}}\left(a\succ 0,m,n\in N^{*},n\succ 1\right)$

（2）【答案】 $a^{r+s}(a\succ 0,r,s\in Q)$； $a^{rs}(a\succ 0,r,s\in Q)$； $a^{r}\cdot b^{r}\left(a\succ 0,b\succ 0,r\in Q\right)$

（4）【答案】0；1； b

（6）【答案】 $\log_{a}{}^{(MN)}$；【答案】 $\log_{a}{}^{\frac{M}{N}}$；【答案】 $n\log_{a}{}^{M}$；【答案】 $N(a\succ 0且a\neq 1)$；

【答案】$\frac{n}{m}\log_a^M$；　【答案】$\frac{\log_a^N}{\log_b^N}$

（7）

【答案】定义域R；值域$(0，+\infty)$；

定点$(0，1)$；　　奇偶性：非奇非偶；

单调性：$a \succ 1$，函数在定义域上单调递增；$0 \prec a \prec 1$，函数在定义域上单调递减.

函数值的变化情况：$x<0$时，$0<a^x<1$；$x>0$时，$a^x>1$.

$x<0$时，$a^x>1$；$x>0$时，$0<a^x<1$.

解题小技巧:【答案】$\left(c,m+b\right)$

（8）【答案】定义域$\left(0,+\infty\right)$；值域R；

定点$(1，0)$；　　奇偶性：非奇非偶；

单调性：$a \succ 1$，函数在定义域上单调递增；$0 \prec a \prec 1$，函数在定义域上单调递减.

函数值的变化情况：当$0<x<1$时，$y<0$，当$x \geq 1$时，$y \geq 0$.

当$0<x<1$时，$y>0$，当$x \geq 1$时，$y \leq 0$.

解题小技巧:【答案】$\left(c+1,b\right)$

13.反函数

（1）【答案】值域；定义域.

（2）【答案】一一映射存在反函数；单调函数一定存在反函数.

（3）【答案】①确定反函数的定义域，即原函数的值域；

②从原函数式$y=f\left(x\right)$中反解出$y=f^{-1}\left(x\right)$的值域、定义域.

③将$x=f^{-1}\left(x\right)$改写成$y=f^{-1}\left(x\right)$，并注明反函数的定义域.

（4）【答案】①$y=x$；②值域、定义域；③$p'\left(b,a\right)$；④单调函数；⑤x.

14.幂函数

（1）【答案】$y=x^a(a \in R)$（a为有理数）

（2）【答案】1；自变量；常数.

（3）【答案】定义域：R；R；R；$\{x\mid x\geq 0\}$；$\{x\mid x\neq 0\}$.

值域：R；$\{y\mid y\geq 0\}$；R；$\{y\mid y\geq 0\}$；$\{y\mid y\neq 0\}$.

奇偶性：奇；偶；奇；非奇非偶；奇.

单调性：在 R 上单调递增；在 $(-\infty，0)$ 上单调递减，在 $(0，+\infty)$ 上单调递增；在 R 上单调递增；在 $[0，+\infty)$ 上单调递增；在 $(-\infty，0)$ 和 $(0，+\infty)$ 上单调递减.

公共点：$(1，1)$

导数

1. 变化率与导数、导数的计算

1.1 平均变化率及瞬时变化率

（1）$\dfrac{f\left(x_2\right)-f\left(x_1\right)}{x_2-x_1}$

（2）$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f\left(x_0+\Delta x\right)-f\left(x_0\right)}{\Delta x}$

1.2 导数的概念

（1）瞬时变化率

（2）$\lim\limits_{\Delta x\to 0}\dfrac{f\left(x+\Delta x\right)-f\left(x\right)}{\Delta x}$

1.3 导数的几何意义

（1）曲线 $y=f\left(x\right)$ 在点 $P\left(x_0, f\left(x_0\right)\right)$ 处的切线的斜率

（2）$y-y_0=f'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)$

1.4.基本初等函数的导数公式

（1）0

（2） nx^{n-1}

（3） $\cos x$

（4） $-\sin x$

（5） e^{x}

（6） $a^{x}\ln^{a}$

（7） $\dfrac{1}{x}$

（8） $\dfrac{1}{x\ln^{a}}$

1.5 导数的运算法则

（1） $f'(x)\pm g'(x)$

（2） $f'(x)g(x)+f(x)g'(x)$

（3） $\dfrac{f'(x)g(x)-f(x)g'(x)}{\left[g(x)\right]^{2}}\left(g(x)\neq 0\right)$

1.6 导数的切线方程

（1）切线方程的斜率 $k=f'(x)$；点斜式

（2）切点坐标；导数值；切点坐标

（3）切点坐标；导数值；切线方程

（4）切点的坐标

2. 利用导数研究函数的性质

2.1 函数的导数与单调性的关系

（1）单调递增

（2）单调递减

（3）不具备单调性

（4） $f'(x)\geq 0$

（5） $f'(x)\leq 0$

（6） $f\left(x\right)$在区间上有极值，即 $f'\left(x\right)=0$在区间上有实根且为非二重根

2.2 求函数的单调区间的步骤

（1）定义域
（2）导函数
（3）递增
（4）递减

2.3 函数的极值与导数

（1）都小； $f'\left(x\right)\prec 0$； $f'\left(x\right)\succ 0$

（2）都大； $f'\left(x\right)\succ 0$； $f'\left(x\right)\prec 0$

（3） $f'\left(x\right)=0$

（4） $f'\left(x\right)\geq 0$或 $f'\left(x\right)\leq 0$

（5）②方程的根和导数不存在的点；③极大值④极小值

2.4 函数的最值与导数

（1）连续的
（2）①极值
（3） $f\left(x\right)_{\min}\succ 0$； $f\left(x\right)_{\max}\prec 0$

（4） $f\left(x\right)_{\max}\succ 0$； $f\left(x\right)_{\min}\prec 0$

（5） $\left(f\left(x\right)-g\left(x\right)\right)_{\min}\succ 0$

（6） $f\left(x\right)_{\min}\succ g\left(x\right)_{\max}$

（7） $f\left(x\right)_{\min}\succ g\left(x\right)_{\min}$

（8） $f\left(x\right)_{\max}\prec g\left(x\right)_{\max}$

（9） $\subseteq$
（10） $\succ;\prec$

3. 构造函数

（1）$g\left(x\right)=f\left(x\right)-kx+b$

（2）$g\left(x\right)=xf\left(x\right)$

（3）$g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}\left(x\neq 0\right)$

（4）$g\left(x\right)=x^{n}f\left(x\right)$

（5）$g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x^{n}}\left(x\neq 0\right)$

（6）$g\left(x\right)=e^{x}f\left(x\right)$

（7）$g\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{e^{x}}$

（8）$g\left(x\right)=e^{kx}f\left(x\right)$

（9）$g\left(x\right)=e^{x^{2}}f\left(x\right)$

（10）$g\left(x\right)=a^{x}f\left(x\right)$

（11）$g\left(x\right)=f\left(x\right)\sin x$

（12）$g\left(x\right)=f\left(x\right)\cos x$

（13）$g\left(x\right)=\ln^{f\left(x\right)}$

（14）$g\left(x\right)=f\left(x\right)\ln^{x}$

4. 证明题中常用的不等式

（1）$x-1$

（2）$\ln\left(x+1\right)$

（3）$x+1$

（4）$-x+1$

（5）$\frac{x-1}{2}$

6.导数同构中的常见类型

（1）$e^{\ln x+x}$

（2）$\ln\left(xe^{x}\right)$

（3）$e^{x-\ln x}$

（4）$\ln\frac{e^{x}}{x}$

1.任意角和弧度制以及任意角的三角函数

1.1 角的分类

（1）正角、负角、零角；

（2）$\beta=k\cdot 360^{\circ}+\alpha\left(k\in z\right)$

1.2 象限角

（1）$\left\{\alpha\mid 2k\pi\prec\alpha\prec 2k\pi+\frac{\pi}{2},k\in z\right\}$

（2）$\left\{\alpha\mid 2k\pi+\frac{\pi}{2}\prec\alpha\prec 2k\pi+\pi,k\in z\right\}$

（3）$\left\{\alpha\mid 2k\pi+\pi\prec\alpha\prec 2k\pi+\frac{3\pi}{2},k\in z\right\}$

（4）$\left\{\alpha\mid 2k\pi+\frac{3\pi}{2}\prec\alpha\prec 2k\pi+2\pi,k\in z\right\}$

1.3 角的弧度制

（1）半径

（2）角度制；弧度制

（3）$\frac{\pi}{180}$；$\frac{180}{\pi}$

（4）$l=|\alpha|r$；$s=\frac{1}{2}lr=\frac{1}{2}|\alpha|r^2$

1.4 任意角的三角函数

①y；②$\sin\alpha$；③x；④$\cos\alpha$；⑤$\frac{y}{x}$；⑥$\tan\alpha$

⑦正；⑧正；⑨正；⑩正；⑪负；⑫负；⑬负；⑭正；⑮负

⑯MP；⑰OM；⑱AT；⑲MP；⑳OM ㉑AT

2.同角三角函数的基本关系及其诱导公式

2.1 同角三角函数的基本关系

(1) $\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$

扩展：$1=\sec^2\alpha-\tan^2\alpha=\tan\alpha\cot\alpha=2\sin30°=\tan\frac{\pi}{4}=\sin\frac{\pi}{2}=\cos0°$

(2) $\tan\alpha=\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$

2.2 三角函数的诱导公式

正弦：$\sin\alpha$；$-\sin\alpha$；$-\sin\alpha$；$\sin\alpha$；$\cos\alpha$；$\cos\alpha$

余弦：$\cos\alpha$；$-\cos\alpha$；$\cos\alpha$；$-\cos\alpha$；$\sin\alpha$；$-\sin\alpha$

正切：$\tan\alpha$；$\tan\alpha$；$-\tan\alpha$；$-\tan\alpha$；不存在；不存在

2.3 特殊角的三角函数值

$\sin\alpha$：0；$\frac{1}{2}$；$\frac{\sqrt{2}}{2}$；$\frac{\sqrt{3}}{2}$；1；$\frac{\sqrt{3}}{2}$；$\frac{1}{2}$；0

$\cos\alpha$：1；$\frac{\sqrt{3}}{2}$；$\frac{\sqrt{2}}{2}$；$\frac{1}{2}$；0；$-\frac{1}{2}$；$-\frac{\sqrt{3}}{2}$；-1

$\tan\alpha$：0；$\frac{\sqrt{3}}{3}$；1；$\sqrt{3}$；不存在；$-\sqrt{3}$；$-\frac{\sqrt{3}}{3}$；0

3. 三角恒等变换

3.1 三角变换技巧

（1）三角变换技巧

①α、α；$\frac{\alpha}{2}$

②$\frac{\alpha+\beta}{2}$；$\frac{\alpha}{2}-\beta$

③β、β、$\frac{\beta-\alpha}{2}$

④β、β、$(\alpha-\beta)$、$(\beta-\alpha)$

⑤$(\alpha+\beta)$、$(\alpha-\beta)$、

⑥$\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$

（2）两角和与差的正弦、余弦、正切公式

$\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$；$\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta$；$\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$；

$\sin\alpha\cos\beta-\sin\beta\cos\alpha$；$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta}$；$\frac{\tan\alpha-\tan\beta}{1+\tan\alpha\tan\beta}$

（3）二倍角的正弦、余弦、正切公式

①$2\sin\alpha\cos\alpha$；

②$\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha$

③$\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$

（4）降幂公式

①$\frac{1+\cos 2\alpha}{2}$

② $\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$

（5）半角公式与万能公式

① $\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{2}}$

② $\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos\alpha}{2}}$

③ $\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos\alpha}{1+\cos\alpha}}=\pm\dfrac{1-\cos\alpha}{\sin\alpha}=\pm\dfrac{\sin\alpha}{1+\cos\alpha}$

④ $\dfrac{2\tan\dfrac{\alpha}{2}}{1+\tan^{2}\dfrac{\alpha}{2}}$

⑤ $\dfrac{1-\tan^{2}\dfrac{\alpha}{2}}{1+\tan^{2}\dfrac{\alpha}{2}}$

⑥ $\dfrac{2\tan\dfrac{\alpha}{2}}{1-\tan^{2}\dfrac{\alpha}{2}}$

（6）辅助角公式

$\sqrt{a^{2}+b^{2}}\left(\dfrac{a}{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}\sin\alpha+\dfrac{b}{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}\cos\alpha\right)$；$\cos\alpha=\dfrac{a}{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}$；$\sin\alpha=\dfrac{b}{\sqrt{a^{2}+b^{2}}}$；

$\tan\alpha=\dfrac{b}{a}$； $\sqrt{2}\sin\left(A+\dfrac{\pi}{4}\right)$； $2\sin\left(A+\dfrac{\pi}{3}\right)$； $2\sin\left(A+\dfrac{\pi}{6}\right)$

（8）整体代换：$m^{2}-1$

（9）和差化积

① $2\sin\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

② $2\cos\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

③ $2\cos\dfrac{A+B}{2}\cos\dfrac{A-B}{2}$

④ $-2\sin\dfrac{A+B}{2}\sin\dfrac{A-B}{2}$

（10）积化和差

①$-\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\right]$

②$\frac{1}{2}\left[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\right]$

③$\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\right]$

④$\frac{1}{2}\left[\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\right]$

3.2 三角恒等与不等式

（1）三倍角公式

①$3\sin\alpha-4\sin^{3}\alpha$

②$4\cos^{3}\alpha-3\cos\alpha$

③$\frac{3\tan\alpha-\tan^{3}\alpha}{1-3\tan^{2}\alpha}=\tan\alpha\tan\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)\tan\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)$

（2）正弦平方差公式

$\sin(\alpha-\beta)\sin(\alpha+\beta)=\cos^{2}\beta-\cos^{2}\alpha$

（3）①$\tan A\tan B\tan C$

②$4\cos\frac{A}{2}\cos\frac{B}{2}\cos\frac{C}{2}$

③$1+4\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}$

（4）常见三角不等式

①$\prec;\prec$　②$\prec;\leq$　③$\geq$　④减

4. 正弦定理与余弦定理

（1）正弦定理

①$\frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

②

1）$\sin A:\sin B:\sin C$

2）$2R\sin C$

3）$\frac{c}{2R}$

（2）①余弦定理

1）$a^2=b^2+c^2-2bc\cos A$

2）$b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$

3）$c^2=a^2+b^2-2ab\cos C$

②余弦定理变形：

1）$\cos A=\dfrac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$

2）$\cos B=\dfrac{a^2+c^2-b^2}{2ac}$

3）$\cos C=\dfrac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

5.三角形中的三角变换

（1）$A+B+C=\pi$

（2）大于第三边；小于第三边

（3）三角函数的恒等变形

①角的变换

$\sin A=\sin\left(B+C\right)$；$\cos A=-\cos\left(B+C\right)$；$\tan A=-\tan\left(A+B\right)$；$\sin\dfrac{A}{2}=\cos\dfrac{B+C}{2}$；

$\cos\dfrac{A}{2}=\sin\dfrac{B+C}{2}$； $\tan\dfrac{A}{2}=\cot\dfrac{B+C}{2}$

②当 $A+B+C=\pi$ 时，则：

1）$8\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{B}{2}\sin\dfrac{C}{2}$

2）$1+4\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{B}{2}\sin\dfrac{C}{2}$

3）$1-2\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{B}{2}\sin\dfrac{C}{2}$

4）$1+4\sin\dfrac{\pi-A}{4}\sin\dfrac{\pi-B}{4}\sin\dfrac{\pi-C}{4}$

5）$4\sin\dfrac{A}{2}\sin\dfrac{B}{2}\sin\dfrac{C}{2}$

6）1

7）$4\sin A\sin B\sin C$

8）$2+2\cos A\cos B\cos C$

9）$1-2\cos A\cos B\cos C$

③任意三角形中的不等关系

1）$\frac{1}{8}$

2）$\frac{3\sqrt{3}}{8}$

3）$\frac{3}{2}$

4）$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

5）$\frac{3\sqrt{3}}{8}$

6）$\frac{1}{8}$

7）$\frac{3\sqrt{3}}{2}$

8）$\frac{3}{2}$

9）$\frac{3}{4}$

10）1

11）$\sqrt{3}$

12）$\frac{\sqrt{3}}{9}$

④在任意锐角三角形中

1) $3\sqrt{3}$

2) $\frac{\sqrt{3}}{9}$

3) 9

6.三角形边、角关系定理及其面积公式

（1）三角形面积公式

①$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\frac{1}{2}bc\sin A=\frac{1}{2}ac\sin B=\frac{abc}{4R}=\frac{1}{2}\left(a+b+c\right)$

② $S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$（其中 $p=\frac{1}{2}(a+b+c)$）

③ $\overrightarrow{AB}=(x_1,y_1)$，$\overrightarrow{AC}=(x_2,y_2)$，$S=\frac{1}{2}|x_1y_2-x_2y_1|$

（2）射影定理

① $AD\cdot DB$

② $AD\cdot AB$

③ $BD\cdot BA$

（3）$\tan A\tan B\tan C$

（4）钝角三角形

（5）① $\angle B=60°$ ② $\pm\frac{1}{2}$；$\frac{\pi}{3}$或$\frac{2\pi}{3}$

③ $2b=a+c$；$2\sin B=\sin A+\sin C$；$\tan\frac{A}{2}\tan\frac{C}{2}=\frac{1}{3}$；$60°$

④ $b^2=ac$；$\sin^2 B=\sin A\sin C$；$60°$

（6）$\cos B$；$\cos C$；$\cos A$；$\cos A+\cos B+\cos C$

（7）$\succ$；$\succ$；$\succ$

7.三角形的中线定理与角平分线定理

（1）$AB^2+AC^2=2\left(BD^2+AD^2\right)$

（2）$\frac{S_\Delta ABD}{S_\Delta ACD}=\frac{AB}{AC}=\frac{BD}{CD}$

8.三角函数的图象与性质

定义域：$x\in R$；$x\in R$；$\left\{x\,|\,x\in R\text{且}x\neq\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in Z\right\}$

值域：$\{y\,|-1\leq y\leq 1\}$；$\{y\,|-1\leq y\leq 1\}$；R

单调性：$\left[-\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{\pi}{2}+2k\pi\right]$上单调递增，$\left[\frac{\pi}{2}+2k\pi,\frac{3\pi}{2}+2k\pi\right]$上单调递减，$k\in Z$；

$\left[(2k-1)\pi,2k\pi\right]$上单调递增，$\left[2k\pi,(2k+1)\pi\right]$上单调递减，$k\in Z$；

$\left(-\frac{\pi}{2}+k\pi,\frac{\pi}{2}+k\pi\right)$上单调递增，$k\in Z$；

最值：正弦：$x=\frac{\pi}{2}+2k\pi$时，$y_{\max}=1(k\in Z)$；$x=-\frac{\pi}{2}+2k\pi$时，$y_{\min}=-1(k\in Z)$

余弦：$x=2k\pi$时，$y_{\max}=1(k\in Z)$；$x=\pi+2k\pi$时，$y_{\min}=-1(k\in Z)$

奇偶性：奇函数；偶函数；奇函数

周期性：2π；2π；π

对称性：正弦函数：对称中心：$(k\pi,0),k\in Z$ 对称轴：$x=k\pi+\frac{\pi}{2},k\in Z$

余弦函数：对称中心：$\left(k\pi+\frac{\pi}{2},0\right),k\in Z$ 对称轴：$x=k\pi,k\in Z$

正切函数：对称中心：$\left(\frac{k\pi}{2},0\right),k\in Z$

9.函数$y=A\sin(wx+\varphi)(A\succ 0,\omega\succ 0)$的性质

（1）奇偶性

①$\varphi=k\pi(k\in Z)$

②$\varphi=k\pi+\frac{\pi}{2}(k\in Z)$

（2）周期性

①$\frac{2\pi}{\omega}$ ②$\frac{2\pi}{\omega}$ ③$\frac{\pi}{\omega}$

（3）单调性

①$-\frac{\pi}{2}+2k\pi\le\omega x+\varphi\le\frac{\pi}{2}+2k\pi$

②$\frac{\pi}{2}+2k\pi\le\omega x+\varphi\le\frac{3\pi}{2}+2k\pi$

（4）对称轴

$k\pi+\frac{\pi}{2}$

（5）对称中心

$k\pi$

（6）平移变换

方法一：先平移变换再周期变换

②左（右）；$|\varphi|$

④$\frac{1}{\omega}$

⑥ A

方法二：先周期变换再平移变换

② $\frac{1}{\omega}$

④左（右）；$\left|\frac{\varphi}{\omega}\right|$

⑥ A

10.求三角函数的值域

（1）$|\sin x| \le 1$

（2）$|\sin(x+\varphi)|$

（3）$t=\sin x\,(t=\cos x)$

（4）$|\sin x| \le 1$

（5）$|\sin(x+\varphi)|$

（6）$\sqrt{2}$

（7）$y=\sin(wx+\varphi)$

平面向量

1. 平面向量的概念及其线性运算

1.1 向量的有关概念

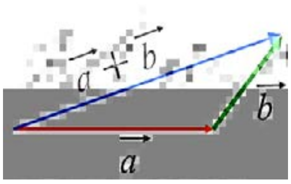
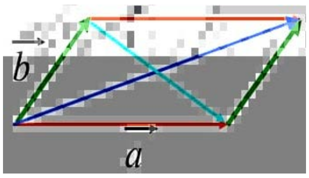
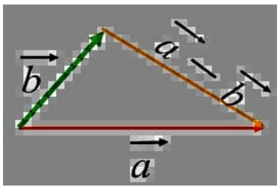
名称	定义	备注
向量	既有大小又有方向的量；向量的大小叫做向量的模（或长度）	平面向量是自由向量
零向量	长度为零的向量；其方向是任	记作 $\vec{0}$

	意的	
单位向量	长度等于 1 个单位长度的向量	非零向量 $\vec{a}$ 的单位向量为 $\pm\frac{\vec{a}}{\lvert\vec{a}\rvert}$
平行向量	方向相同或相反的非零向量	$\vec{0}$ 与任一向量平行或共线
共线向量	方向相同或相反的向量又叫做共线向量	
相等向量	长度相等且方向相同的向量	
相反向量	长度相等且方向相反的向量	$\vec{0}$ 的相反向量为 $\vec{0}$

1.2 向量的表示方法

（2）有向线段

1.3 向量的线性运算

向量运算	定义	法则（或几何意义）	运算律
加法	求两个向量和的运算	 三角形法则  平行四边形法则	（1）交换律 $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$ （2）结合律 $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$
减法	求 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的相反向量 $-\vec{b}$ 的和的运	 	$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+\left(-\vec{b}\right)$

	算叫做 $\vec{a}$ 与 $\vec{b}$ 的差	三角形法则	
数乘	求实数 λ 与向量 $\vec{a}$ 的积的运算	（1） $\lvert\lambda\vec{a}\rvert=\lvert\lambda\rvert\lvert\vec{a}\rvert$ （2）当 $\lambda\succ0$ 时，$\lambda\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 的方向相同；当 $\lambda\prec0$ 时，$\lambda\vec{a}$ 与 $\vec{a}$ 的方向相反；当 $\lambda=0$ 时，$\lambda\vec{a}=\vec{0}$；	$\lambda\left(\mu\vec{a}\right)=\lambda\mu\vec{a}$ $\left(\lambda+\mu\right)\vec{a}=\lambda\vec{a}+\mu\vec{a}$ $\lambda\left(\vec{a}+\vec{b}\right)=\lambda\vec{a}+\lambda\vec{b}$

1.4 共线向量定理

（1）$\vec{a}=\lambda\vec{b}$；

（2）$\overrightarrow{OP}=\lambda\overrightarrow{OA}+u\overrightarrow{OB}$；$\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{2}\overrightarrow{OB}$

2. 平面向量基本定理

不共线；有且只有；$\vec{a}=\lambda_1\vec{e_1}+\lambda_2\vec{e_2}$；基底

2.1 平面向量的正交分解

互相垂直

2.2 平面向量的坐标运算

（1）$\left(x_2-x_1,y_2-y_1\right)$；$\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}$

（2）$\left(x_2+x_1,y_2+y_1\right)$；$\left(x_1-x_2,y_1-y_2\right)$；$\left(\lambda x_1,\lambda y_1\right)$；$x_1y_2-x_2y_1=0$；$\sqrt{{x_1}^2+{y_1}^2}$

（3）$\pm\frac{\vec{a}}{\lvert\vec{a}\rvert}$；$\pm\sqrt{x^2+y^2}$

（4）$x_1=x_2,y_1=y_2$

3. 平面向量的数量积

3.1 平面向量数量积的有关概念

（1）非零向量；夹角

①$0°$； ②$180°$

（2）$\vec{a} \perp \vec{b}$

（3）$|\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos\theta$

① 0 ②0

（4）投影的乘积

3.2 向量数量积的性质

（1）$|\vec{a}|\cos\langle\vec{a},\vec{e}\rangle$

（2）$\vec{a}\cdot\vec{b}=0$； $\vec{a}\perp\vec{b}$

（3）$|\vec{a}|^2$； $\sqrt{\vec{a}\cdot\vec{a}}$

（4）$\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|}$

（5）$\le$

3.3 数量积的运算律

（1）$\vec{b}\cdot\vec{a}$

（2）$\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c}$

（3）$\left(\lambda\vec{a}\right)\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\left(\lambda\vec{b}\right)$

3.4 数量积的坐标运算

（1）$x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2$

（2）$x_1\cdot x_2+y_1\cdot y_2=0$

（3）$\sqrt{{x_1}^2+{y_1}^2}$

（4）$\dfrac{x_1x_2+y_1y_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2}\sqrt{x_2^2+y_2^2}}$

4. 向量的有关定理

4.1 奔驰定理

$\vec{0}$； $x:y:z$

4.2 极化恒等式

$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\dfrac{1}{4}\left[\left|\overrightarrow{AC}\right|^2-\left|\overrightarrow{BD}\right|^2\right]$； $\left|\overrightarrow{AO}\right|^2-\left|\overrightarrow{BO}\right|^2=\left|\overrightarrow{AO}\right|^2-\dfrac{1}{4}\left|\overrightarrow{BC}\right|^2$

4.3 对角线向量定理

$\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{CD}^2$； $\dfrac{\left(\overrightarrow{AD}^2+\overrightarrow{BC}^2\right)-\left(\overrightarrow{AB}^2-\overrightarrow{CD}^2\right)}{2\left|\overrightarrow{AC}\right|\left|\overrightarrow{BD}\right|}$

4.4 等和线定理

$\overrightarrow{AE}=x\overrightarrow{AB}+y\overrightarrow{AC}$

5. 三角形“四心”的向量表示

5.1 三角形各心介绍

（1）重心
（2）垂心
（3）内心

（4）外心
（5）$2:1$；
（6）角两边；
（7）外心

5.2 三角形各心的向量表示

（1）$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=\vec{0}$

（2）$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OC}\cdot\overrightarrow{OA}$

（3）$\left|\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{OB}\right|=\left|\overrightarrow{OC}\right|$

（4）$\overrightarrow{OA}\cdot\left(\frac{\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|}-\frac{\overrightarrow{AC}}{\left|\overrightarrow{AC}\right|}\right)=\overrightarrow{OB}\cdot\left(\frac{\overrightarrow{BA}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|}-\frac{\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BC}\right|}\right)=\overrightarrow{OC}\cdot\left(\frac{\overrightarrow{CA}}{\left|\overrightarrow{CA}\right|}-\frac{\overrightarrow{CB}}{\left|\overrightarrow{CB}\right|}\right)$

数列

1. a_n 与 S_n

$S_n-S_{n-1};a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n.$

2.等差数列

2.1 通项公式及其前 n 项和

$$\begin{cases}a_n=a_1+(n-1)d;\\ S_n=na_1+\frac{n(n-1)}{2}\cdot d=\frac{n(a_1+a_n)}{2}\cdot\end{cases}$$

2.2 等差数列的常用性质

（1）$a_n=a_m+(n-m)d\left(n,m\in N^*\right)$;

（2）$a_k+a_l=a_m+a_n$;

（3） $2d;$

（4）等差；

（5） $md;$

（6）等差；
（7）等差；
（8）等差.

2.3.与等差数列各项的和有关的性质

（1） $\frac{1}{2};$
（2）等差；

（3）①$nd;\frac{a_n}{a_{n+1}}$.②$\left(n-1\right)a_n;na_n;a_n;\frac{n}{n-1}$.

（4） $\frac{S_{2n-1}}{T_{2n-1}}$.

3.等比数列

1.$a_n=a_1q^{n-1},a_n=a_mq^{n-m};$

2.$S_n=\begin{cases}\frac{a_1\left(1-q^n\right)}{1-q}\left(q\neq1\right)\\ na_1\left(q=1\right)\end{cases},S_n=\begin{cases}\frac{a_1-a_nq}{1-q}\left(q\neq1\right)\\ na_1\left(q=1\right)\end{cases};$

3.（1） $a_m\cdot a_n=a_p\cdot a_q;$

（2） $a_1\cdot a_n=a_2\cdot a_{n-1}=\cdots=a_k\cdot a_{n-k+1};$

4.等比；
5.等比；
6.等比；
7.等比.

4.一些特殊数列的前 n 项和

1.$\frac{1}{6}n\left(n+1\right)\left(2n+1\right);$

2. $\frac{1}{3}n\left(4n^2-1\right)$;

3. $\left[\frac{1}{2}n\left(n+1\right)\right]^2$;

4. $n^2\left(2n^2-1\right)$;

5. $\frac{1}{3}n\left(n+1\right)\left(n-2\right)$;

6. $\frac{1}{4}n\left(n+1\right)\left(n+2\right)\left(n+3\right)$.

5.常见的裂项方式

1. $\frac{k}{C-B}\left(\frac{1}{An+B}-\frac{1}{An+C}\right)$;

2. $\frac{1}{d}\left(\frac{1}{a_n}-\frac{1}{a_{n+1}}\right)$;

3. $\frac{A}{k}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+k}\right)$;

4. $\frac{1}{2}\left[\frac{1}{n\left(n+1\right)}-\frac{1}{\left(n+1\right)\left(n+2\right)}\right]$;

5. $\frac{1}{k}\left(\sqrt{n+k}-\sqrt{n}\right)$;

6. $\frac{1}{2^n-1}-\frac{1}{2^{n+1}-1}$

7. $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n+1}\right)$

8. $\frac{1}{n^2}-\frac{1}{\left(n+1\right)^2}$

9. $\lg\left(n+k\right)-\lg n$;

10. $\left(n+1\right)!-n!$;

11. $\frac{\sin(x+\frac{1}{2})-\sin(x-\frac{1}{2})}{2\cos\frac{1}{2}}$;

12. $\tan a_{n+1}-\tan a_n$.

6.求和

$\dfrac{c_{n+1}-q^2c_n+c_1}{(q-1)^2}$.

立体几何

1.立体几何初步

(1) $\dfrac{\sqrt{2}}{4}$.

(2)表面积与体积

$$\begin{cases}\text{棱柱：}S_{表}=S_{侧}+2S_{底}，\ V=S_{底}\cdot h;\\ \text{棱锥：}S_{表}=S_{侧}+S_{底}，\ V=\dfrac{1}{3}S_{底}\cdot h;\\ \text{棱台：}S_{表}=S_{侧}+S_{上}+S_{下}，\ V=\dfrac{1}{3}\left(S_{上}+\sqrt{S_{上}S_{下}}+S_{下}\right);\\ \text{圆柱：}S_{表}=2\pi r^2+2\pi rh，\ V=\pi r^2h;\\ \text{圆锥：}S_{表}=\pi r^2+\pi rl，\ V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h;\\ \text{圆台：}S_{表}=\pi\left(r_1^2+r_2^2+r_1l+r_2l\right)，\ V=\dfrac{1}{3}\pi\left(r_1^2+r_1r_2+r_2^2\right)h;\\ \text{球：}S_{表}=4\pi R^2，\ V=\dfrac{4}{3}\pi R^3.\end{cases}$$

(3) $\dfrac{\sqrt{6}}{12}a;\dfrac{\sqrt{6}}{4}a$.

(4) $\dfrac{3V}{S_{表}}$.

2.常见几何体的外接球模型

（1）$\dfrac{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}{2}$

（2）$\dfrac{x^2+y^2+z^2}{8}$

（3）$\sqrt{r^2+\left(\dfrac{h}{2}\right)^2}$

（4）$r_1^{\ 2}+r_2^{\ 2}-\dfrac{l^2}{4}$

（5）$\dfrac{h^2+r^2}{2h}$

（6）$\dfrac{m^2+n^2-2mn\cos\theta}{\sin^2\theta}+\dfrac{l^2}{4}$

3.空间向量

3.1 基础知识

(1) $\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2+(z_1-z_2)^2}$;

(2) 存在非零实数λ满足$\vec{a}=\lambda\vec{b}$;$\dfrac{x_1}{x_2}=\dfrac{y_1}{y_2}=\dfrac{z_1}{z_2}$;

(3) $x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2=0$;

(4) $\dfrac{x_1x_2+y_1y_2+z_1z_2}{\sqrt{x_1^2+y_1^2+z_1^2}\cdot\sqrt{x_2^2+y_2^2+z_2^2}}$.

3.2 利用空间向量证明位置关系

(1) $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n}=0$;

(2) $\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}=0$.

3.3 利用空间向量求解距离问题

（1）$\dfrac{\left|\overrightarrow{EF}\cdot\vec{n}\right|}{\left|\vec{n}\right|}$;

（2）$\dfrac{\left|\vec{n}\cdot\overrightarrow{PA}\right|}{\left|\vec{n}\right|}$.

3.4 利用空间向量求解距离问题

（1）$\dfrac{\left|\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}\right|}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{CD}\right|}$;

（2）$\dfrac{\left|\vec{n}\cdot\overrightarrow{PA}\right|}{\left|\vec{n}\right|\left|\overrightarrow{PA}\right|}$;

（3）$\dfrac{\left|\overrightarrow{n_1}\cdot\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|}$.

4.面积射影定理：

$S':S$.

5.三余弦定理：

$\cos\angle OAC=\cos\angle BAC\cdot\cos\angle OAB\left(\angle BAC\text{和}\angle OAB\text{只能是锐角}\right)$.

6. 利用行列式快速求解平面法向量：

$\left(y_1z_2-y_2z_1,x_2z_1-x_1z_2,x_1y_2-x_2y_1\right)$

解析几何

1.直线与圆

1.1 斜率公式：

$$\tan\alpha=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}.$$

1.2 直线的五种方程

$$\begin{cases} y-y_0=k\left(x-x_0\right); \\ \dfrac{y-y_1}{y_2-y_1}=\dfrac{x-x_1}{x_2-x_1}; \\ \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}=1; \\ y=kx+b; \\ Ax+By+C=0. \end{cases}$$

1.3 夹角公式：

$$\tan\theta=\frac{\tan\theta_1-\tan\theta_2}{1+\tan\theta_1\tan\theta_2}=\frac{k_1-k_2}{1+k_1k_2}.$$

1.4 斜率关系

$$k_1=\frac{2k_2-k_3+k_3k_2^2}{1-k_2^2+2k_2k_3}，\quad k_2=\frac{k_1k_3-1\pm\sqrt{(1-k_1k_3)^2+(k_1+k_3)^2}}{k_1+k_3}，\quad k_3=\frac{2k_2-k_1+k_1k_2^2}{1-k_2^2+2k_1k_2}.$$

1.5 点关于直线对称

$$\left(x-\frac{2A(Ax+By+C)}{A^2+B^2},y-\frac{2B(Ax+By+C)}{A^2+B^2}\right).$$

1.6 平行与垂直

（1） $l_1 \parallel l_2 \Leftrightarrow k_1=k_2$;（2） $l_1 \perp l_2 \Leftrightarrow k_1k_2=-1.$

1.7 距离公式

$$\begin{cases}\left|P_1P_2\right|=\sqrt{\left(x_1-x_2\right)^2+\left(y_1-y_2\right)^2};\\ \mathrm{d}=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}};\\ d=\dfrac{\left|C_1-C_2\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}.\end{cases}$$

1.8 四种直线系方程

（1） $\begin{cases}y-y_0=k\left(x-x_0\right);\\ A\left(x-x_0\right)+B\left(y-y_0\right)=0.\end{cases}$

（2） $A_1x+B_1y+C_1+\lambda(A_2x+B_2y+C_2)=0;$

（3） $Ax+By+\lambda=0;$

（4） $Bx-Ay+\lambda=0.$

2.圆的方程

2.1 圆的一般与标准方程

(1) $\dfrac{\sqrt{D^2+E^2-4F}}{2}$.

(2) $\left(x-x_1\right)\left(x-x_2\right)+\left(y-y_1\right)\left(y-y_2\right)=0$.

(3) $(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=r^2$.

2.2 圆的切点弦方程

$\left(1\right)(x_0-a)(x-a)+(y_0-b)(y-b)=r^2$;

$\left(2\right)x_0x+y_0y+\dfrac{x_0+x}{2}D+\dfrac{y_0+y}{2}E+F=0$.

2.3 圆系方程

（1） $x^2+y^2+D_1x+E_1y+F_1+\lambda\left(x^2+y^2+D_2x+E_2y+F_2\right)=0\ \left(\lambda\neq-1\right)$

（2） $x^2+y^2+Dx+Ey+F+\lambda\left(Ax+By+C\right)=0$

2.4 两个圆的公共弦方程

$\left(D_1-D_2\right)x+\left(E_1-E_2\right)y+\left(F_1-F_2\right)=0$

圆锥曲线

1.椭圆

（1） $S=\pi ab.$

（2）$V=\dfrac{4}{3}\pi ab^2.$

（3）焦点.

（4） $b^2\tan\dfrac{\theta}{2}$

（5） $\dfrac{2b^2}{a}$

（6） $r_{1,2}=a\pm ex_0.$

（7） $\dfrac{2mb^2}{a^2k^2+b^2}.$

（8）斜率.

（9）$|e\cos\theta|=|\dfrac{\lambda-1}{\lambda+1}|$

（10）$-\dfrac{b^2}{a^2}(a>b>0)$； $-\dfrac{a^2}{b^2}(a>b>0)$.

（11）（$ex_0,\dfrac{e}{e+1}y_0$）

（12）$x^2+y^2=a^2+b^2$

（13）$k_{AB}=-\dfrac{b^2}{a^2}\dfrac{x_0}{y_0}$

2.双曲线

（1）a(长半轴长).

（2）$k_{AB}.k_{OM}=\dfrac{b^2}{a^2}$

（3）$\dfrac{ab}{2}$.

（4）$\dfrac{b^2}{\tan\dfrac{\theta}{2}}$

（5）$k_{BC}=-\dfrac{b^2x_0}{a^2y_0}$

3.抛物线

（1）焦点 F.

（2）①$\dfrac{p^2}{4};-p^2$;②$x_1+x_2+p;|AB|=\dfrac{2p}{\sin^2\alpha}$;③$\dfrac{2}{p}$;④$\dfrac{p^2}{4}\left(\sqrt{\dfrac{n}{m}}+\sqrt{\dfrac{m}{n}}\right)$.

⑤$\dfrac{p}{1-\cos\theta}$； $\dfrac{p}{1+\cos\theta}$

（3）相切.

（4）$\dfrac{\pi}{2}$.

（5）$\angle AKF=\angle BKF$.

（6）□.

4.圆锥曲线共性公式、结论

(1)①$\frac{xx_0}{a^2}+\frac{yy_0}{b^2}=1$；②$\frac{xx_0}{a^2}-\frac{yy_0}{b^2}=1$.

(2)①$\frac{x_0x}{a^2}+\frac{y_0y}{b^2}=1$；②$\frac{x_0x}{a^2}-\frac{y_0y}{b^2}=1$；③$y_0y=p(x_0+x)$.

(3)①$A^2a^2+B^2b^2=C^2$；②$A^2a^2-B^2b^2=C^2$.

(4)$\frac{x_Mx_N}{a^2}\pm\frac{y_My_N}{b^2}=1$

排列与组合

1. 两个计数原理

$$\begin{cases}\text{分类加法计数原理：}N=m_1+\mathrm{m}_2+\cdots+\mathrm{m}_n;\\ \text{分步乘法计数原理：}N=m_1\times m_2\times\cdots\times m_n.\end{cases}$$

2. 排列数公式

$\frac{n!}{(n-m)!}$.

3. 组合数公式及性质

(1)$\frac{n!}{m!\cdot(n-m)!}$;

(2)①C_n^{n-m}; ②C_{n+1}^m.

4.分配问题

1. $\frac{(mn)!}{(n!)^m}$;

2. $\frac{(mn)!}{m!(n!)^m}$;

3. $\frac{p!m!}{n_1!n_2!\cdots n_m!}$;

4. $\frac{p!m!}{n_1!n_2!\cdots n_m!(a!b!c!)}$;

5. $\frac{p!}{n_1!n_2!\cdots n_m!}$;

6. $\frac{p!}{n_1!n_2!\cdots n_m!(a!b!c!)}$;

7. $\frac{p!}{n_1!n_2!\cdots n_m!}$.

8. C_{n-1}^{k-1}

9. C_{n+m-1}^{m-1}

10. $(n-1)(D_{n-1}+D_{n-2})(n\geq 3)$

11. A_{n-1}^{n-1}

12. $(m-1)^n+(-1)^n(m-1)(m\geq 2)$

5.二项式定理

1. $C_n^0a^n+C_n^1a^{n-1}b+C_n^2a^{n-2}b^2+\cdots+C_n^ra^{n-r}b^r+\cdots+C_n^nb^n$;

2. $C_n^ra^{n-r}b^r\ (r=0,1,2\cdots n)$.

3. 2^n

4. ① $C_n^{\frac{n+1}{2}}=C_n^{\frac{n-1}{2}}$ ； $\frac{n+1}{2}+1$和$\frac{n-1}{2}+1$

② $C_n^{\frac{n}{2}}$ ； $\frac{n}{2}+1$

5. $\begin{cases}T_{r+1}\geq T_r\\T_{r+1}\geq T_{r+1}\end{cases}$

概率

1. $\frac{m}{n}$;

2. $P(A)+P(B)$;

3. $P(A)\cdot P(B)$;

4. $1-P(A)$;

5. $C_n^k p^k(1-p)^{n-k}$;

6. $\frac{P(AB)}{P(A)}$.

7. $P(A)+P(B)-P(AB)$

$P(A|C)+P(B|C)-P(AB|C)$

8. $P(AB)=P(A)P(B)$

9. $P(A)=\sum_{i=1}^{n}P(A|B_i)P(B_i)$

10. $P(B_i|\mathrm{A})=\frac{P(A|B_i)P(B_i)}{\sum_{j=1}^{n}P(A|B_j)P(B_j)}$

离散型随机变量

1.性质

(1)0;(2)1;

2.离散随机变量的数学期望、方差、标准差

(1) $x_1P_1+x_2P_2+\cdots+x_nP_n$;

(2) $\left(x_1-E\xi\right)^2P_1+\left(x_2-E\xi\right)^2P_2+\cdots+\left(x_n-E\xi\right)^2P_n$;

(3) $aE\left(\xi\right)+b$;

(4) $a^2D\xi$;

(5) $E\xi^2-\left(E\xi\right)^2$.

3.常见分布列

（1） $p;p\left(1-p\right)$;

（2） $C_n^kp^k\left(1-p\right)^{n-k};np;np\left(1-p\right)$;

（3） $\dfrac{C_M^kC_{N-M}^{n-k}}{C_N^n};n\dfrac{M}{N};\dfrac{nM\left(N-M\right)\left(N-n\right)}{N^2\left(N-1\right)}$

（4） $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{\left(x-\mu\right)^2}{2\sigma^2}};\mu;\sigma^2$.

统计

1.回归直线方程

$$\begin{cases} b = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - n\overline{x}\overline{y}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}. \\ a = \overline{y} - b\overline{x} \end{cases}$$

2. 相关系数

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)\left(y_i - \overline{y}\right)}{\sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - n\overline{y}^2\right)}}.$$

独立性检验

$$K^2 = \frac{n\left(ad - bc\right)^2}{\left(a+b\right)\left(c+d\right)\left(a+c\right)\left(b+d\right)}.$$

复数

1.复数相等

$$a = c, b = d.\left(a, b, c, d \in R\right)$$

2.共轭复数

$$a - bi.$$

3.复数的模

$\sqrt{a^2+b^2}$.

4.复数的四则运算法则

1. $(a+c)+(b+d)i$;

2. $(a-c)+(b-d)i$;

3. $(ac-bd)+(bc+ad)i$;

4. $\frac{ac+bd}{c^2+d^2}+\frac{bc-ad}{c^2+d^2}i\left(c+di\neq 0\right)$.