

绝密★启用前

2026 年普通高等学校招生全国统一考试

数 学

注意事项:

1. 答卷前,考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。
2. 回答选择题时,选出每小题答案后,用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。回答非选择题时,将答案写在答题卡上,写在本试卷上无效。
3. 考试结束后,将本试卷和答题卡一并交回。

一、选择题:本题共 8 小题,每小题 5 分,共 40 分。在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

1. 样本数据 6,8,4,5,12 的中位数为

- A. 5 B. 6 C. 8 D. 9

2. 已知平面向量 $\mathbf{a}, \mathbf{b}$ 不共线,且 $2\mathbf{a} + y\mathbf{b} = x\mathbf{a} - 3\mathbf{b}$, 则

- A. $x=2, y=-3$ B. $x=-2, y=3$
C. $x=2, y=3$ D. $x=-2, y=-3$

3. 已知集合 $A = \{\sin(\frac{7\pi}{6}), \cos(\frac{5\pi}{3}), \tan(\frac{5\pi}{4})\}$, $B = \{-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, 1\}$, 则 $A \cap B =$

- A. $\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\}$ B. $\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, 1\}$
C. $\{-\frac{1}{2}, 1\}$ D. $\{-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}, 1\}$

4. 曲线 $y = 5x + 8\ln x$ 在点 $(1, 5)$ 处的切线方程为

- A. $y = 3x + 2$ B. $y = 5x$
C. $y = 8x - 3$ D. $y = 13x - 8$

5. 已知抛物线 $C_1: y^2 = 2p_1x (p_1 > 0)$ 和 $C_2: x^2 = 2p_2y (p_2 > 0)$ 均经过点 $(4, 8)$, 则 C_1 的焦点与 C_2 的焦点之间的距离为

- A. 12 B. $4\sqrt{5}$ C. 6 D. $\frac{\sqrt{65}}{2}$

6. 已知函数 $f(x) = \frac{x+2}{e^x+a}$ 的最大值为 1, 则 $a =$

- A. $\frac{1}{2}$ B. 1 C. $\frac{3}{2}$ D. 2

7. 一百零八塔位于宁夏回族自治区青铜峡市, 以其独特的建筑格局和深远的历史文化闻名遐迩, 该塔群共有 108 座塔, 依山势自上而下排成 12 行, 将第 i 行中塔的座数记为 a_i ($i=1, 2, \dots, 12$), 其中 $a_1=1, a_2=a_3=3, a_4=a_5=5$, 且 $a_6, a_7, \dots, a_{12}$ 是一个首项为 7, 公差为 2 的等差数列, 将 $a_1, a_2, \dots, a_{12}$ 分为 6 组, 每组 2 个数, 使得每组的 2 个数之和可构成一个项数为 6 且公差为 d ($d>0$) 的等差数列, 则 $d =$

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8

8. 设 $U = \{(x_1, x_2, x_3) | x_i \in \{-2, -1, 1, 2\}, i=1, 2, 3\}$ 为空间中 64 个点构成的集合, 记 $P(1, 1, 1)$, 记样本空间 $\Omega = \mathbb{C}_U P$, 从 Ω 中随机取一个点, 定义随机变量 X 如下: 对 Ω 中的每个点 $A(x_1, x_2, x_3)$, 令 $X(A) = x_1 + x_2 + x_3$, 则 X 的数学期望为

- A. $-\frac{1}{21}$ B. $-\frac{1}{63}$ C. 0 D. $\frac{1}{7}$

二、选择题: 本题共 3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分。在每小题给出的选项中, 有多项符合题目要求。全部选对的得 6 分, 部分选对的得部分分, 有选错的得 0 分。

9. 设 $z = 3 + 2i$, 则

- A. $\bar{z} = 3 - 2i$ B. $|z| = 5$
C. $z^2 = 5 + 12i$ D. $\frac{z+3}{z-i} \in \mathbf{R}$

10. 在空间中, A, B 为两个定点, 动点 C 到直线 AB 的距离为 2, 动点 D 到直线 AB 的距离为 1, 若二面角 $C-AB-D$ 为 60° , 则

- A. $\angle CAD \geq 60^\circ$
B. $CD \geq \sqrt{3}$
C. 当 $AB \perp CD$ 时, $CD \perp$ 平面 ABD
D. 当 $AB \perp$ 平面 ACD 时, $AC \perp AD$

11. 已知圆 $C_1: (x+1)^2 + y^2 = 1$, 圆 $C_2: (x-1)^2 + y^2 = 1$, 圆 $C_3: x^2 + (y-\sqrt{3})^2 = 1$, 直线 $l: y = kx + b$ 与 C_1, C_2, C_3 均有两个交点, 记 l 被 C_1, C_2, C_3 截得的弦长分别为 s_1, s_2, s_3 , 则
- A. k 可以取任意实数
- B. 满足 $s_1 = s_2 = s_3$ 的直线 l 共有 3 条
- C. 满足 $s_1 + s_2 + s_3 = 1$ 的直线 l 多于 3 条
- D. 当 $b = 0$ 时, $s_1 + s_2 + s_3$ 的最大值为 $\frac{2\sqrt{21}}{3}$

三、填空题: 本题共 3 小题, 每小题 5 分, 共 15 分。

12. 双曲线 $5x^2 - 6y^2 = 1$ 的离心率为 _____.
13. 已知 $f(x) = 2\sin(ax + \theta)$ ($a \in \mathbf{Z}, 0 \leq \theta < 2\pi$) 是偶函数, $f(x)$ 在区间 $(0, \frac{\pi}{2})$ 单调递增, 则 $\theta =$ _____, $f(\frac{2\pi}{3}) =$ _____.
14. 设实数 q 满足: 存在数列 $\{a_n\}$, 使得对于任意 $n \in \mathbf{N}^*$, 均有 $a_1 + a_2 + \cdots + a_{3n} = n^2 + n$, 且 $\{a_n\}$ 中有某连续 9 项 $a_i, a_{i+1}, \dots, a_{i+8}$ 是公比为 q 的等比数列, 则 q 的最大值为 _____.

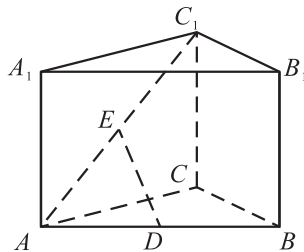
四、解答题: 本题共 5 小题, 共 77 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。

15. (13 分)

如图, 在直三棱柱 $ABC - A_1B_1C_1$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, D, E 分别为 AB, A_1C_1 的中点.

(1) 证明: $DE \parallel$ 平面 BCC_1B_1 ;

(2) 设 $CC_1 = 2$, 直线 DE 与平面 ACC_1A_1 所成的角为 45° , 求直线 DE 到平面 BCC_1B_1 的距离.



16. (15 分)

已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB = 3, BC = 2\sqrt{3}, \cos B = \frac{\sqrt{3}}{3}$.

(1) 求 $\cos A$;

(2) 设 D, E 两点满足: D 在 BA 的延长线上, $DE \parallel BC, AE \perp AC$. 若 $DE = \sqrt{6}$, 求 CE .

17. (15 分)

设整数 $N \geq 2$. 某同学用一个球进行投篮练习,至多投置 N 次,当且仅当投中 1 次时或 N 次均未投中时,停止练习. 设该同学每次投中的概率为 p ($0 < p < 1$),各次投中与否相互独立. 记 X 为停止练习时该同学的投篮次数.

(1) 当 $N=4, p=\frac{1}{3}$ 时,求 X 的分布列;

(2) 设 k, m 均为自然数.

(i) 当 $k \leq N-1$ 时,求 $P(X > k)$;

(ii) 当 $k+m \leq N-1$ 时,证明: $P(X > k+m | X > k) = P(X > m)$.

18. (17 分)

已知椭圆 $C: \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ ($a > b > 0$) 的左焦点为 $F(-1, 0)$,离心率为 $\frac{1}{2}$.

(1) 求 C 的方程;

(2) 设 O 为坐标原点,过 F 且斜率大于 0 的动直线 l 与 C 交于 P, Q 两点,其中 Q 在第三象限,直线 PO 与 C 的另一个交点为 R .

(i) 若 $\triangle PQR$ 的面积是 $\triangle PFO$ 的面积 3 倍,求 l 的方程;

(ii) 求 $\tan \angle PQR$ 的最小值.

19. (17 分)

已知函数 $f(x)$ 的定义域为 $\mathbf{R}$,且当 $x < 0$ 时, $f(x) = 2^x$. 对任意 $x_0 \in \mathbf{R}$,定义集合 $D(x_0) = \{d \in \mathbf{R} | f(x_0 + d) > f(x_0)\}$.

(1) 若当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = 1-x$,求 $D(-1)$;

(2) 若 $f(x)$ 是奇函数, $f(x_1) \leq f(x_2)$,且 $x_1 x_2 \neq 0$,证明: $D(x_2) \subseteq D(x_1)$;

(3) 设 $f(x)$ 满足:①若 $f(x_1) \leq f(x_2)$,则 $D(x_2) \subseteq D(x_1)$;②当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) < f(0)$.

(i) 证明: $f(0) \geq 1$;

(ii) 证明: $f(x)$ 在区间 $(0, +\infty)$ 单调递增.